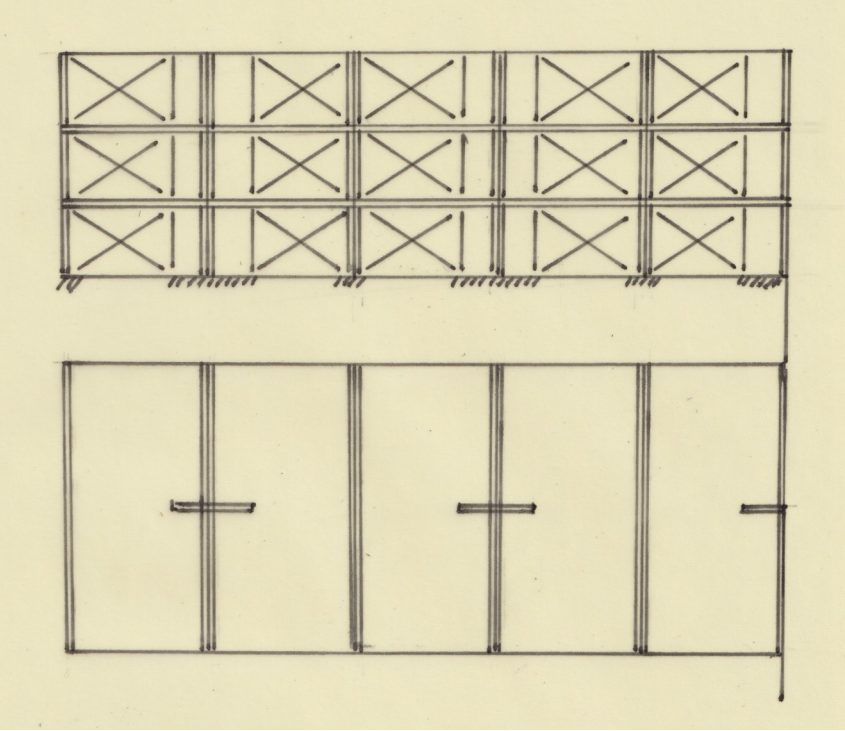
Stabiliteit van rijtjes-woningen.

Ir. J.G.M. Raadschelders c.i. (Spaarndam, februari 2022)

In het verleden bestond de constructie van rijtjeswoningen uit gemetselde bouwmuren en gevels. De vloeren werden uitgevoerd in kanaalplaat (heel vroeger in hout). Ter plaatse van de bouwmuren werden de vloeren doorgekoppeld door middel van wapeningsstaven in de plaatvoegen. Nadat de eisen aan de geluids-isolatie en de warmte-isolatie waren verhoogd, voldeed de massieve bouwmuur niet meer en is overgegaan tot het toepassen van ankerloze spouwmuren. Ook de vloeren zijn hierbij onderbroken.
De woonblokken met doorlopende vloeren ontleenden de stabiliteit aan alle gevels (binnen spouwbladen) en dwarswanden. Ook de kantelstabiliteit van de bouwmuren leverden een bijdrage aan de stabiliteit. Alle horizontale belasting werd min of meer gelijk verdeeld over alle woningen. Bij de overgang naar ankerloze spouwmuren was dit niet meer mogelijk. De eindwoningen moesten de volledige horizontale belasting op de kopgevels dragen. Het gevolg was dat de constructie van de eindwoningen zwaarder moest worden uitgevoerd dan bij de tussenwoningen. Dit was onwenselijk. Daarom is gezocht naar mogelijkheden om de belasting over meerdere woningen te verdelen. Hiervoor was het noodzakelijk om de woningen ter hoogte van de verdiepingsvloeren door te koppelen. In de praktijk komt het nogal eens voor dat de constructeur op basis van eigen inzicht en ervaring een verdeling van de belasting over de woningen kiest. De vraag is of deze keuze terecht is. Omdat de stabiliteit van woningen niet alleen wordt ontleend aan daarvoor bestemde dwarswanden, maar dat ook de penanten in de gevels, de kantelstabiliteit van de wanden en zelfs het glas in de kozijnen bijdragen, is het aantal schadegevallen beperkt. Om enig inzicht te verkrijgen in de werkelijke verdeling van de horizontale belasting en de eisen, welke aan de constructie moeten worden gesteld, wordt in het navolgende een analyse gemaakt van het meer waarschijnlijke gedrag van de draagconstructie ten behoeve van de stabiliteit.

Vooraanzicht en plattegrond van een blok rijtjeswoningen.



Schema.

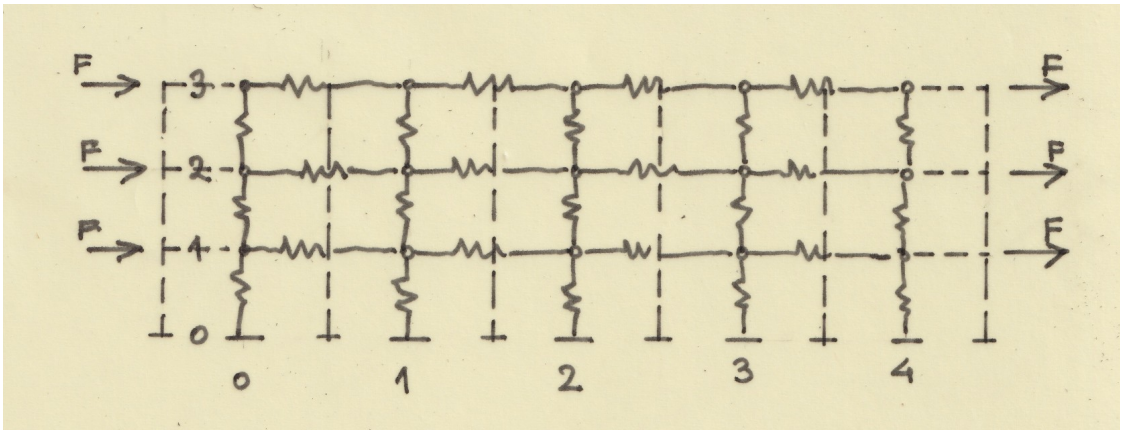
Om inzicht te verkrijgen in het gedrag van de constructie, moet de constructie worden vertaald in een mechanica schema. Bij de analyse is het verstandig om uit te gaan van verschillende varianten. Dit betreft het aantal gekoppelde woningen en het aantal bouwlagen. Daarbij moet ook rekening worden gehouden met een variatie in de stijfheden. Deze stijfheden zijn afhankelijk van de toegepaste voorzieningen, zoals de afmetingen en de plaats van de stabiliteitswanden, en van de methode van koppelen van de woningen. Er wordt vanuit gegaan dat de belasting in hoofdzaak aangrijpt op de eindwoningen.

Stijfheden.

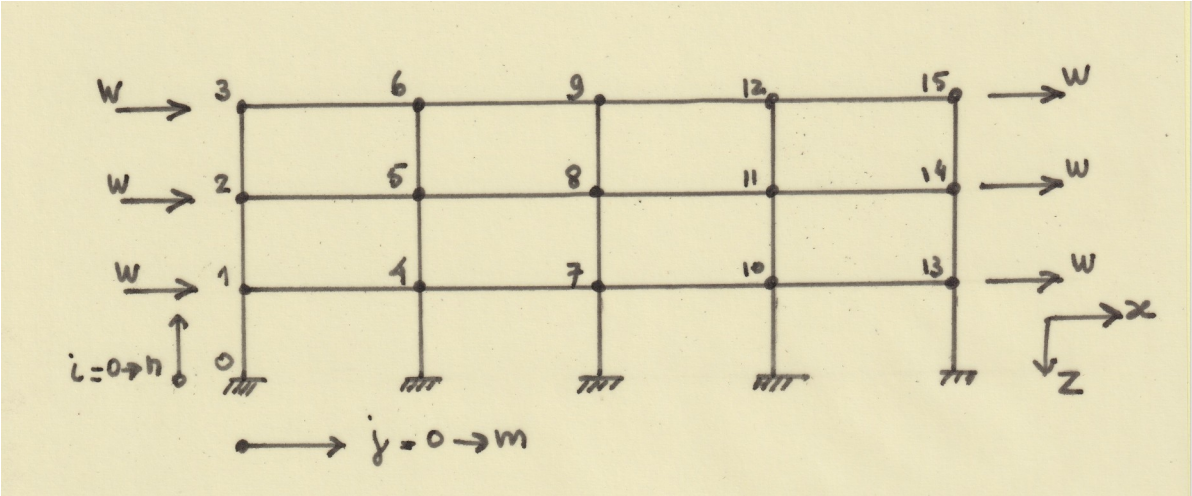
De van belang zijnde stijfheden zijn de horizontale stijfheid van de totale woningconstructie ter hoogte van de vloeren en van de stijfheid van de onderlinge doorkoppeling van de woningen.
De horizontale stijfheid van een afzonderlijke woning wordt bepaald door de stabiliteitswanden, de bevestiging van de wanden aan de vloeren tegen verschuiven, de buigstijfheid van de portaalconstructie en de horizontale stijfheid van de vloeren.
De stabiliteitswanden worden belast op buiging en afschuiving. Bij een wand, opgebouwd uit stijl en regelwerk met beplating, wordt de buigstijfheid bepaalt door de eindstijlen en de afschuifstijfheid door de panelen met de vernageling. Bij CLT-wanden werkt de gehele wand mee.
De wijze van verbinden van de stabiliteitswanden aan de vloeren bepaalt of er verschuiving mogelijk is. De afschuifkracht is van belang voor de sterkte en stijfheid van deze aansluiting. Vaak wordt deze aansluiting uitgevoerd met stalen hoek-profielen.
De portaalwerking van de woning bestaat uit de samenwerking van de vloerconstructie met de bouwmuren.
Omdat de doorkoppeling vaak plaats vindt ter plaatse van de voor en achtergevel, moet de over te dragen belasting telkens door de vloer (horizontaal) weer worden teruggevoerd naar de plaats van de stabiliteitswand. Deze wand staat vaak midden tussen de voor- en achtergevel.

Schematische weergave, waarbij de stijfheden zijn weergegeven als veren.

De aangegeven verticale veren werken horizontaal en geven de stabiliteitswanden weer.
De horizontale veren zijn de koppelingen van de woningen.
Het aantal gekoppelde woningen is j en loopt van 0 naar m.
Het aantal bouwlagen is i en loopt van 0 naar n.
In computerprogramma's begint de telling altijd met 0.
De belasting op de kopgevels is aangegeven als F.



Massa-veersysteem.



Omdat deze weergave onduidelijk is, verdient het aanbeveling om de constructie weer te geven als een massa-veersysteem.
Hierin worden de knooppunten aangegeven met een massa W. Deze massa kan dan dienen als belasting op het systeem. Alle verplaatsingen zijn in x-richting. Per knooppunt wordt de evenwichtsvergelijking opgesteld.
De evenwichtsvergelijkingen zijn gebaseerd op de wet van Hooke:

$$\Delta l = \frac{F \, x \, l}{E \, x \, A} \quad .$$

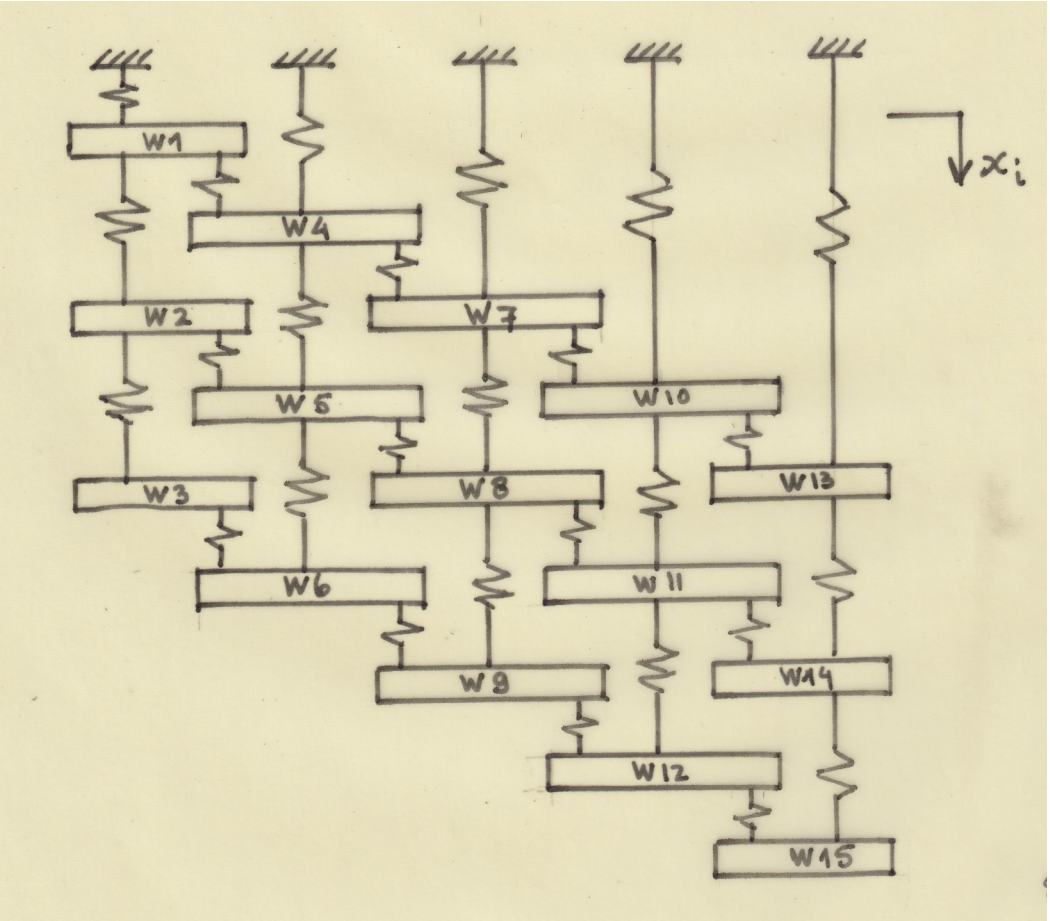
Op een andere wijze geschreven:

$$F = \frac{E \, x \, A}{l} \, x \, \Delta l = k \, x \, \Delta l$$

Hierin is k de rekstijfheid en Δl de verlenging/verkorting.
Bijvoorbeeld voor knoop 4 is de vergelijking (aangenomen is dat alle stijfheden gelijk zijn):
$k * x_4 + k * (x_4 - x_1) + k * (x_4 - x_5) + k * (x_4 - x_7) = W_4$
Op deze wijze is voor alle knopen een evenwichtsvergelijking op te stellen.
Bij de daadwerkelijke constructie zijn niet alle veerstijfheden gelijk. De stabiliteitswanden in de eindwoningen zullen zwaarder, en dus stijver zijn uitgevoerd. Daarentegen zijn de stijfheden van de koppelingen veel kleiner dan de stijfheden van de stabiliteitswanden. Voor 3 situaties worden berekeningen uitgevoerd ter vergelijking. Neem aan de stijfheid van de koppelingen is overal gelijk.

Analyse.

Om een berekening te kunnen maken moeten de interactie-vergelijkingen tussen de knooppunten worden opgesteld. Uiteindelijk kan een stelsel vergelijkingen worden geformuleerd. De oplossing van dit stelsel geeft aan, op welke wijze en op welke plaatsen de krachten worden overgedragen.
Om een studie van de effecten van verschillende situaties te kunnen maken is in de programmeertaal Python een computerprogramma geschreven. Met dit programma zijn verschillende situaties doorgerekend. Zie de bijlage.



Situatie 1.

De stijfheid van de stabiliteitswanden van de eindwoningen is **10k** en van de tussenwoningen is **5k**.
De stijfheid van de koppelingen is **k**.
Neem aan dat de horizontale belastingen per knooppunt gelijk zijn aan $\mathbf{W_i}$.

Situatie 2.

De stijfheid van de stabiliteitswanden van de eindwoningen is **2k** en van de tussenwoningen is **k**.
De stijfheid van de koppelingen is **k**.

Situatie 3.

De stijfheid van de stabiliteitswanden van de eindwoningen is **2k** en van de tussenwoningen is **k**.
De stijfheid van de koppelingen is **2k**.

Voor de berekening wordt uitgegaan van **k** = 5000 N/mm. De belasting is als volgt: W1 en W2 zijn 40 kN (druk op kopgevel), W3 is 20 kN (nok), W13 en W14 zijn 20 kN (zuiging op kopgevel) en W15 is 10 kN (nok).

Het oplossen van deze **lineaire vergelijkingen** geeft als resultaat de verplaatsingsvector **x**. Met deze verplaatsingen zijn de krachten in de verschillende onderdelen te berekenen. Het oplossen van deze vergelijkingen is mogelijk door een eenvoudig programma te schrijven in de programmeertaal

Python. Iedere student heeft tijdens zijn/haar opleiding moeten leren programmeren in deze taal. In verband met de vele variabelen is het gemakkelijker om de **coëfficiënten matrix** met de hand op te stellen en in te voeren in een standaardprogramma. Deze variabelen zijn

- het aantal bouwlagen,
- het aantal traveeën,
- de verschillende stijfheden van de stabiliteitswanden en de koppelingen,
- de verschillende knoopbelastingen.

Het oplossen van deze systemen is uitgevoerd in de bijlage.

Bouwbesluit.

In het navolgende staan de regels voor de stabiliteit van woningen. Uit lid 3 is af te leiden dat elke wooneenheid, dus losgekoppelde woning, zelfstandig moet kunnen blijven staan. Het verdelen van de windbelasting en andere horizontale belastingen over meerdere woningen is **niet** toegestaan. Toch doen sommige constructeurs dit om te besparen op de stabiliteitsvoorzieningen.

Art. 2.4 Bepalingsmethode (nieuwbouw)

Lid 1. (Woonfunctie, Bijeenkomstfunctie, Celfunctie, Gezondheidszorgfunctie, Industriefunctie, Kantoorfunctie, Logiesfunctie, Onderwijsfunctie, Sportfunctie, Winkelfunctie, Overige gebruiksfunctie, Bouwwerk geen gebouw zijnde)

Het niet bezwijken als bedoeld in de artikelen 2.2 en 2.3 wordt bepaald volgens:

a. NEN-EN 1999 of NEN-EN 1993, indien de constructie is vervaardigd van metaal als bedoeld in die normen;
b. NEN-EN 1992 of NEN-EN 1996, indien de constructie is vervaardigd van steenachtig materiaal als bedoeld in die normen;
c. NEN-EN 1994, indien de constructie is vervaardigd van staal-beton als bedoeld in die norm;
d. NEN-EN 1995, indien de constructie is vervaardigd van hout als bedoeld in die norm;
e. NEN 2608, indien de constructie is vervaardigd van glas als bedoeld in die norm, of
f. NEN 6707, indien de constructie van de bevestiging van de dakbedekking is vervaardigd van materiaal als bedoeld in die norm.

Lid 2. (Woonfunctie, Bijeenkomstfunctie, Celfunctie, Gezondheidszorgfunctie, Industriefunctie, Kantoorfunctie, Logiesfunctie, Onderwijsfunctie, Sportfunctie, Winkelfunctie, Overige gebruiksfunctie, Bouwwerk geen gebouw zijnde)

Indien een ander materiaal of een andere bepalingsmethode is toegepast dan aangegeven in het eerste lid, wordt het niet bezwijken als bedoeld in de artikelen 2.2 en 2.3 bepaald volgens NEN-EN 1990.

Lid 3. (Woonfunctie, Logiesfunctie)

Bij een niet in een woongebouw of logiesgebouw gelegen gebruiksfunctie kan bij het bepalen van het niet bezwijken als bedoeld in de artikelen 2.2 en 2.3 rekening worden gehouden met de stabiliteitsvoorziening van een op een aangrenzend perceel gelegen gebruiksfunctie van dezelfde soort.

Lid 3 is een cryptische omschrijving. Bij het omkeren van de eis wordt duidelijk wat de bedoeling is.

Bij een (niet) in een woongebouw of logiesgebouw gelegen gebruiksfunctie mag bij het bepalen van het niet bezwijken, … ,geen rekening worden gehouden met de stabiliteitsvoorziening van een op een aangrenzend perceel gelegen gebruiksfunctie van dezelfde soort.

Conclusie.

Uit de resultaten blijkt dat de verdeling van de belasting over de verschillende stabiliteitswanden zeer sterk wordt beïnvloed door de detaillering en de wijze van uitvoering. Waarom gaat er dan zo weinig verkeerd? Dus waarom zijn er zo weinig schadegevallen? Daarvoor zijn 2 redenen aan te voeren. Ten eerste komt dit omdat de belasting, waarmee wordt gerekend, bijna nooit voorkomt. In de berekening wordt volgens de voorschriften gerekend met windkracht 9 Beaufort. Deze windsnelheid treedt in Nederland nauwelijks op. Ten tweede wordt voor de berekening de constructie geschematiseerd, waarbij voor het gemak een aantal constructieve elementen in de berekening wordt verwaarloosd. Denk aan smalle penanten, kozijnen met grote stijve glasvlekken, mogelijke inklemmingen, enzovoort. In werkelijkheid dragen deze wel bij aan de sterkte en stijfheid. Voor de sterkte van de verschillende onderdelen wordt gerekend met een ondergrenswaarde. In werkelijkheid zijn de waarden hoger.

Nawoord.

Veel constructeurs doen vaak aannames op basis van ervaring of van een soort onderbuikgevoel. “Ik beschouw de constructie als… “. Maar de constructie zelf weet niets van deze aanname. Vroeger maakte men dan de opmerking dat de berekening moest worden ingestort, zodat de constructie zou weten hoe deze zich moet gedragen. Het zou verstandiger zijn om in onduidelijke situaties een aantal berekeningen met verschillende parameters uit te voeren om de maatgevende punten te bepalen.

Bijlage.

Situatie 1.

Bij systeem 1 wordt aangenomen dat de stijfheid van de stabiliteitswanden in de eindwoningen duidelijk groter is dan van de stabiliteitswanden in de tussenwoningen. De stijfheid van de koppelingen is nog kleiner. Als basis wordt aangenomen de stijfheid k van de koppelingen.
Stabiliteitswanden eindwoningen: 10k
Stabiliteitswanden tussenwoningen: 5k
Stijfheid koppelingen: k
Voor de stijfheid k wordt aangenomen k = 5000 N/mm.
De belasting op de kopgevels is als volgt:
Winddruk 1^{e} en 2^{e} bouwlaag: W1 = W2 = 40 kN.
Winddruk bovenste bouwlaag: W3 = 20 kN.
Windzuiging 1^{e} en 2^{e} bouwlaag: W13 = W14 = 20 kN.
Windzuiging bovenste bouwlaag: W15 = 10 kN.
Op basis van bovenstaande uitgangspunten zijn de vergelijkingen en is de coëfficiëntenmatrix opgesteld.
Voor de eenvoud worden de coëfficiënten weergeven als verhoudingsgetallen. De krachtvector wordt gedeeld door de basiswaarde k. Daarmee wordt de procedure overzichtelijker.

Uit de berekening volgt de navolgende verplaatsingsvector (mm) voor de verplaatsingen in x-richting.

```
[[1.5912    ]
 [2.48516365]
 [2.73002654]
 [0.56356355]
 [0.97617129]
 [1.17865539]
 [0.2907062 ]
 [0.51779709]
 [0.63970476]
 [0.33592533]
 [0.58533905]
 [0.71029245]
 [0.81370246]
 [1.27518263]
 [1.40564716]]
```

Met deze verplaatsingen zijn de krachten in de onderdelen te berekenen.

Dwarskrachten in de stabiliteitswanden.
0 – 1 10 * 5000 * 1,5912 = 79,56 kN.
1 – 2 10 * 5000 * (2,4852 – 1,5912) = 44,70 kN.
2 – 3 10 * 5000 * (2,7300 – 2,4852) = 12,24 kN.

0 – 4 5 * 5000 * 0,5636 = 14,09 kN.
4 – 5 5 * 5000 * (0,9762 – 0,5636) = 10,32 kN.

5 – 6 5 * 5000 * (1,1787 – 0,9762) = 5,06 kN.

0 – 7 5 * 5000 * 0,2907 = 7,27 kN.
7 – 8 5 * 5000 * (0,5178 – 0,2907) = 5,68 kN.
8 – 9 5 * 5000 * (0,6397 – 0,5178) = 3,05 kN.

0 – 10 5 * 5000 * 0,3359 = 8,40 kN.
10 – 11 5 * 5000 * (0,5853 – 0,3359) = 6,24 kN.
11 – 12 5 * 5000 * (0,7103 – 0,5853) = 3,13 kN.

0 – 13 10 * 5000 * 0,8137 = 40,69 kN.
13 – 14 10 * 5000 * (1,2752 – 0,8137) = 23,08 kN.
14 – 15 10 * 5000 * (1,4056 – 1,2752) = 6,52 kN.

De totale dwarskracht ter plaatse van de opleggingen is:
79,56 +14,09 + 7,27 + 8,40 + 40,69 = 150,0 kN.
Dit is gelijk aan de totale horizontale belasting.
Het blijkt dat bij deze stijfheidsverhoudingen de eindwanden ongeveer 80% (79,56 / 100 resp. 40,69 / 50) van de horizontale belasting dragen.

Normaalkrachten in de koppelingen.
1 – 4 5000 * (1,5912 – 0,5636) = 5,14 kN (druk)
2 – 5 5000 * (2,4852 – 0,9762) = 7,55 kN (druk)
3 – 6 5000 * (2,7300 – 1,1787) = 7,76 kN (druk)

4 – 7 5000 * (0,5636 – 0,2907) = 1,36 kN (druk)
5 – 8 5000 * (0,9762 – 0,5178) = 2,29 kN (druk)
6 – 9 5000 * (1,1787 – 0,6397) = 2,70 kN (druk)

7 – 10 5000 * (0,2907 – 0,3359) = – 0,23 kN (trek))
8 – 11 5000 * (0,5178 – 0,5853) = – 0,34 kN (trek)
9 – 12 5000 * (0,6397 – 0,7103) = – 0,35 kN (trek)

10 – 13 5000 * (0,3359 – 0,8137) = – 2,39 kN (trek)
11 – 14 5000 * (0,5853 – 1,2752) = – 3,45 kN (trek)
12 – 15 5000 * (0,7103 – 1,4056) = – 3,48 kN (trek)

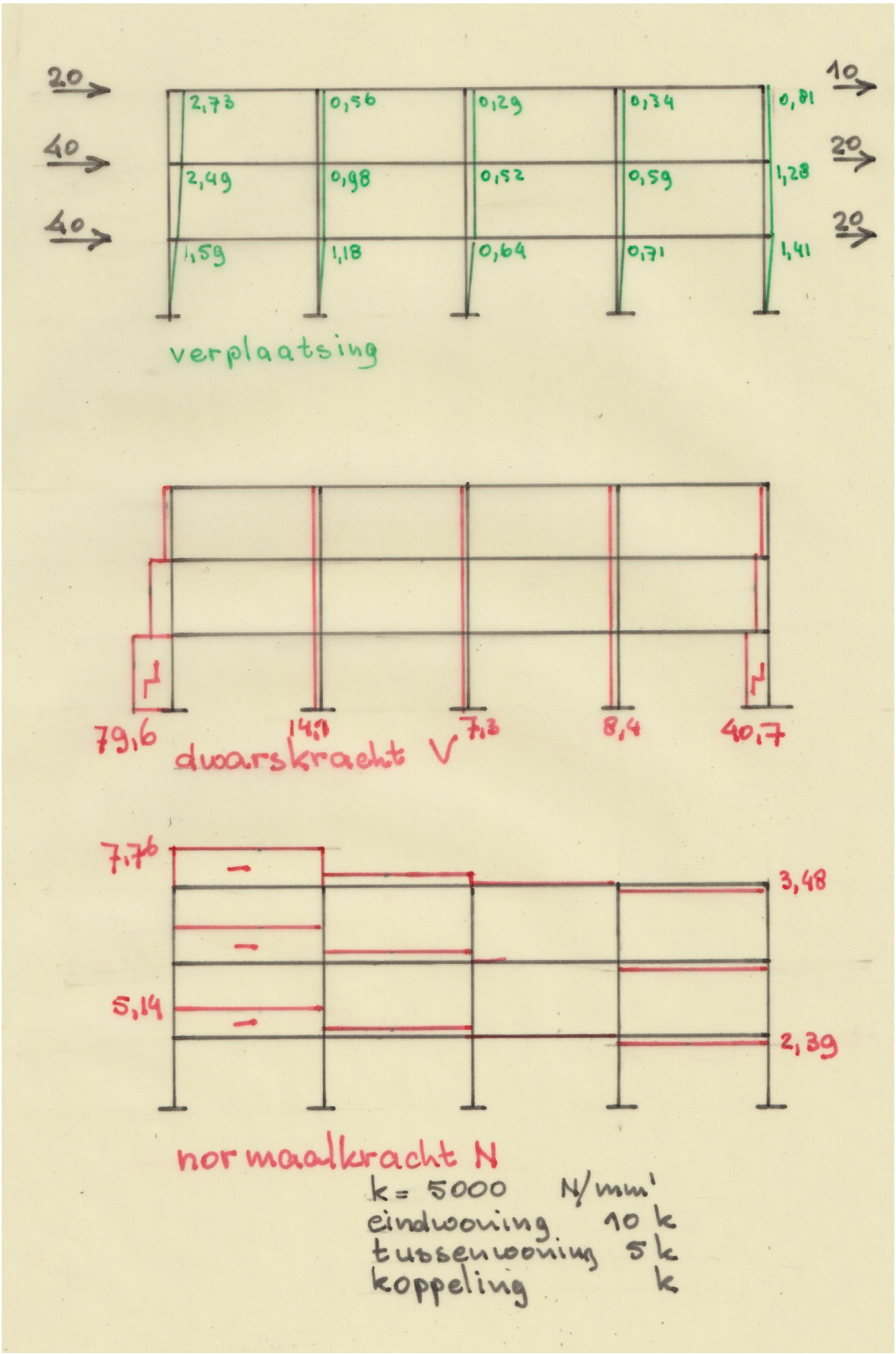
In de koppelingen kunnen zowel druk- als trekkrachten optreden.

Evenwichtscontrole knooppunten (verschil in dwarskracht is gelijk aan verschil in normaalkracht.
1 (79,56 – 44,70 – 40) = – 5,14
2 (44,70 – 12,24 – 40) = – 7,55
3 (12,24 – 20) = – 7,76

4 (14,09 – 10,32) = (5,14 -1,36) = 3,78
5 (10,32 – 5,06) = (7,55 – 2,29) = 5,26
6 5,06 = (7,76 – 2,70) = 5,06

7 (7,27 – 5,68) = (1,36 + 0,23) = 1,59

8	(5,68 – 3,05) = (2,29 + 0,34) = 2,63
9	3,05 = (2,70 + 0,35) = 3,05
10	(8,40 – 6,24) = (– 0,23 + 2,39) = 2,16
11	(6,24 – 3,13) = (– 0,34 + 3,45) = 3,11
12	3,13 = (– 0,35 + 3,48) = 3,13
13	(40,69 – 23,08 – 20) = – 2,35
14	(23,08 – 6,52 – 20) = – 3,50
15	(6,52 – 10) = – 3,45


20
40
40
10
20
20
2,73
0,56
0,29
0,34
0,81
2,49
0,98
0,52
0,59
1,28
1,59
1,18
0,64
0,71
1,41
verplaatsing
79,6
14,1
7,3
8,4
40,7
dwarskracht V
7,76
3,48
5,14
2,39
normaalkracht N
k = 5000 N/mm'
eindwoning 10 k
tussenwoning 5 k
koppeling k

Situatie 2.

Bij systeem 2 wordt aangenomen dat de stijfheid van de stabiliteitswanden in de eindwoningen groter is dan bij de stabiliteitswanden in de tussenwoningen. De stijfheid van de koppelingen is gelijk aan de stijfheid van de stabiliteitswanden in de tussenwoningen. Als basis wordt aangenomen de stijfheid k van de tussenwoningen.
Stabiliteitswanden eindwoningen: 2k
Stabiliteitswanden tussenwoningen: k
Stijfheid koppelingen: k
Voor de stijfheid k wordt aangenomen k = 5000 N/mm.

$$\begin{pmatrix} 5 & -2 & 0 & -1 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ -2 & 5 & -2 & 0 & -1 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & -2 & 3 & 0 & 0 & -1 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ -1 & 0 & 0 & 4 & -1 & 0 & -1 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & -1 & 0 & -1 & 4 & -1 & 0 & -1 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & -1 & 0 & -1 & 3 & 0 & 0 & -1 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & -1 & 0 & 0 & 4 & -1 & 0 & -1 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & -1 & 0 & -1 & 4 & -1 & 0 & -1 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & -1 & 0 & -1 & 3 & 0 & 0 & -1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & -1 & 0 & 0 & 4 & -1 & 0 & -1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & -1 & 0 & -1 & 4 & -1 & 0 & -1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & -1 & 0 & -1 & 3 & 0 & 0 & -1 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & -1 & 0 & 0 & 5 & -2 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & -1 & 0 & -2 & 5 & -2 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & -1 & 0 & -2 & 3 \end{pmatrix} * \begin{matrix} x_1 \\ x_2 \\ x_3 \\ x_4 \\ x_5 \\ x_6 \\ x_7 \\ x_8 \\ x_9 \\ x_{10} \\ x_{11} \\ x_{12} \\ x_{13} \\ x_{13} \\ x_{15} \end{matrix} = \begin{matrix} W_1/k \\ W_2/k \\ W_3/k \\ W_4/k \\ W_5/k \\ W_6/k \\ W_7/k \\ W_8/k \\ W_9/k \\ W_{10}/k \\ W_{11}/k \\ W_{12}/k \\ W_{13}/k \\ W_{14}/k \\ W_{15}/k \end{matrix}$$

Uit de berekening volgt de navolgende verplaatsingsvector (mm) voor de verplaatsingen in x-richting.
[[6.19403864]
[9.50094745]
[10.24745594]
[3.96829829]
[6.6217481]
[7.74047291]
[3.05740642]
[5.27727377]
[6.35221468]
[2.98405362]
[5.07772586]
[6.03889737]
[3.8010822]
[6.01067868]
[6.68675158]]

Met deze verplaatsingen zijn de krachten in de onderdelen te berekenen.

Dwarskrachten in de stabiliteitsverbanden.

0 – 1	2 * 5000 * 6,1940 = 61,94 kN.
1 – 2	2 * 5000 * (9,5009 – 6,1940) = 33,07 kN.
2 – 3	2 * 5000 * (10,2475 – 9,5009) = 7,47 kN.
0 – 4	5000 * 3,9683 = 19,84 kN.
4 – 5	5000 * (6,6217 – 3,9683) = 13,27 kN.
5 – 6	5000 * (7,7405 – 6,6217) = 5,59 kN.
0 – 7	5000 * 3,0574 = 15,29 kN.
7 – 8	5000 * (5,2773 – 3,0574) = 11,10 kN.
8 – 9	5000 * (6,3522 – 5,2773) = 5,37 kN.
0 – 10	5000 * 2,9841 = 14,92 kN.
10 – 11	5000 * (5,0777 – 2,9841) = 10,47 kN.
11 – 12	5000 * (6,0389 – 5,0777) = 4,81 kN.
0 – 13	2 * 5000 * 3,8011 = 38,01 kN.
13 – 14	2 * 5000 * (6,0107 – 3,8011) = 22,10 kN.
14 – 15	2 * 5000 * (6,6868 – 6,0107) = 6,76 kN.

De totale dwarskracht ter plaatse van de oplegging is:
61,94 + 19,84 + 15,29 + 14,92 + 38,01 = 150,0 kN.
Dit is gelijk aan de totale horizontale belasting.
Bij deze stijfheidsverhoudingen dragen de eindwanden ongeveer 62% (61,94 / 100) resp. 76% (38,01 / 50) van de horizontale belasting.

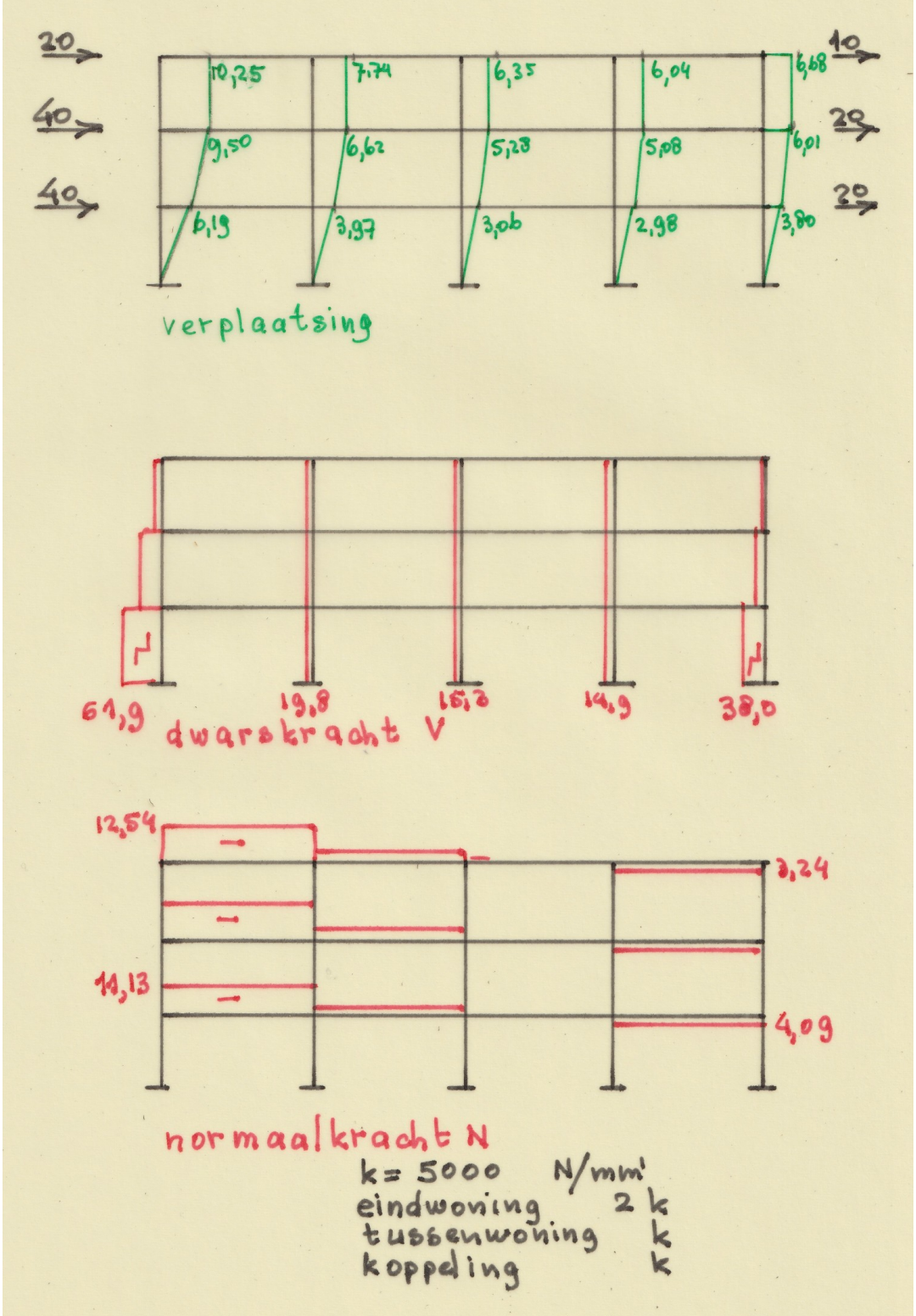
Normaalkrachten in de koppelingen.

1 – 4	5000 * (6,1940 – 3,9683) = 11,13 kN (druk)
2 – 5	5000 * (9,5009 – 6,6217) = 14,40 kN (druk)
3 – 6	5000 * (10,2475 – 7,7405) = 12,54 kN (druk)
4 – 7	5000 * (3,9683 – 3,0574) = 4,55 kN (druk)
5 – 8	5000 * (6,6217 – 5,2773) = 6,72 kN (druk)
6 – 9	5000 * (7,7405 – 6,3522) = 6,94 kN (druk)
7 – 10	5000 * (3,0574 – 2,9841) = 0,37 kN (druk))
8 – 11	5000 * (5,2773 – 5,0777) = 1,00 kN (druk)
9 – 12	5000 * (6,3522 – 6,0389) = 1,57 kN (druk)
10 – 13	5000 * (2,9841 – 3,8011) = – 4,09 kN (trek)
11 – 14	5000 * (5,0777 – 6,0107) = – 4,67 kN (trek)
12 – 15	5000 * (6,0389 – 6,6868) = – 3,24 kN (trek)

Evenwichtscontrole knooppunten (verschil in dwarskracht is gelijk aan verschil in normaalkracht.

1	(61,94 – 33,07 – 40) = – 11,13
2	(33,07 – 7,47 – 40) = – 14,40

3	(7,47 – 20) = – 12,53
4	(19,84 – 13,27) = (11,13 – 4,55) = 6,57
5	(13,27 – 5,59) = (14,40 – 6,72) = 7,68
6	5,59 = (12,54 – 6,94) = 5,60
7	(15,29 – 11,10) = (4,55 – 0,37) = 4,18
8	(11,10 – 5,37) = (6,72 – 1,00) = 5,72
9	5,37 = (6,94 – 1,57) = 5,37
10	(14,92 – 10,47) = (0,37 + 4,09) = 4,46
11	(10,47 – 4,81) = (1,00 + 4,67) = 5,67
12	4,81 = (1,57 + 3,24) = 4,81
13	(38,01 – 22,10 – 20 = – 4,09)
14	(22,10 – 6,76 – 20 = – 4,67)
15	(6,76 -10) = – 3,24


20
40
40
10
20
20
10,25
7,74
6,35
6,04
6,68
9,50
6,62
5,28
5,08
6,01
6,19
3,97
3,06
2,98
3,80
verplaatsing
61,9
19,8
15,2
14,9
38,0
dwarskracht V
12,54
3,24
11,13
4,09
normaalkracht N
k= 5000 N/mm'
eindwoning 2 k
tussenwoning k
koppeling k

Situatie 3.

Bij systeem 3 wordt aangenomen dat de stijfheid van de stabiliteitswanden in de eindwoningen groter is dan bij de stabiliteitswanden in de tussenwoningen. De stijfheid van de koppelingen is gelijk aan 2-maal de stijfheid van de stabiliteitswanden in de tussenwoningen. Als basis wordt aangenomen de stijfheid k van de tussenwoningen.
Stabiliteitswanden eindwoningen: 2k
Stabiliteitswanden tussenwoningen: k
Stijfheid koppelingen: 2k
Voor de stijfheid k wordt aangenomen: k = 5000 N/mm.

$$\begin{pmatrix} 6 & -2 & 0 & -2 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ -2 & 6 & -2 & 0 & -2 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & -2 & 4 & 0 & 0 & -2 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ -2 & 0 & 0 & 6 & -1 & 0 & -2 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & -2 & 0 & -1 & 6 & -1 & 0 & -2 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & -2 & 0 & -1 & 5 & 0 & 0 & -2 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & -2 & 0 & 0 & 6 & -1 & 0 & -2 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & -2 & 0 & -1 & 6 & -1 & 0 & -2 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & -2 & 0 & -1 & 5 & 0 & 0 & -2 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & -2 & 0 & 0 & 6 & -1 & 0 & -2 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & -2 & 0 & -1 & 6 & -1 & 0 & -2 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & -2 & 0 & -1 & 5 & 0 & 0 & -2 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & -2 & 0 & 0 & 6 & -2 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & -2 & 0 & -2 & 6 & -2 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & -2 & 0 & -2 & 4 \end{pmatrix} * \begin{matrix} x_1 \\ x_2 \\ x_3 \\ x_4 \\ x_5 \\ x_6 \\ x_7 \\ x_8 \\ x_9 \\ x_{10} \\ x_{11} \\ x_{12} \\ x_{13} \\ x_{13} \\ x_{15} \end{matrix} = \begin{matrix} W_1/k \\ W_2/k \\ W_3/k \\ W_4/k \\ W_5/k \\ W_6/k \\ W_7/k \\ W_8/k \\ W_9/k \\ W_{10}/k \\ W_{11}/k \\ W_{12}/k \\ W_{13}/k \\ W_{14}/k \\ W_{15}/k \end{matrix}$$

Uit de berekening volgt de navolgende verplaatsingsvector (mm) voor de verplaatsingen in x-richting.
[[5.56709374]
[8.53222172]
[9.19605643]
[4.16905951]
[6.83351499]
[7.85989114]
[3.52332728]
[5.95384794]
[7.03691392]
[3.42399836]
[5.74790822]
[6.75546969]
[3.87471369]
[6.2001427]
[6.9778062]]

Met deze verplaatsingen zijn de krachten in de onderdelen te berekenen.

Dwarskrachten in de stabiliteitsverbanden.

0 – 1	2 * 5000 * 5,5671 = 55,67 kN.
1 – 2	2 * 5000 * (8,5322 – 5,5671) = 29,65 kN.
2 – 3	2 * 5000 * (9,1961 – 8,5322) = 6,64 kN.
0 – 4	5000 * 4,1691 = 20,85 kN.
4 – 5	5000 * (6,8335 – 4,1691) = 13,32 kN.
5 – 6	5000 * (7,8599 – 6,8335) = 5,13 kN.
0 – 7	5000 * 3,5233 = 17,62 kN.
7 – 8	5000 * (5,9538 – 3,5233) = 12,15 kN.
8 – 9	5000 * (7,0369 – 5,9538) = 5,42 kN.
0 – 10	5000 * 3,4240 = 17,12 kN.
10 – 11	5000 * (5,7479 – 3,4240) = 11,62 kN.
11 – 12	5000 * (6,7555 – 5,7479) = 5,04 kN.
0 – 13	2 * 5000 * 3,8747 = 38,75 kN.
13 – 14	2 * 5000 * (6,2001 – 3,8747) = 23,25 kN.
14 – 15	2 * 5000 * (6,9778 – 6,2001) = 7,78 kN.

De totale dwarskracht ter plaatse van de oplegging is:
55,67 + 20,85 + 17,62 + 17,12 + 38,75 = 150,0 kN.
Dit is gelijk aan de totale horizontale belasting.
Bij deze stijfheidsverhoudingen dragen de eindwanden ongeveer 56% (55,67 / 100) resp. 78% (38,75 / 50) van de horizontale belasting.

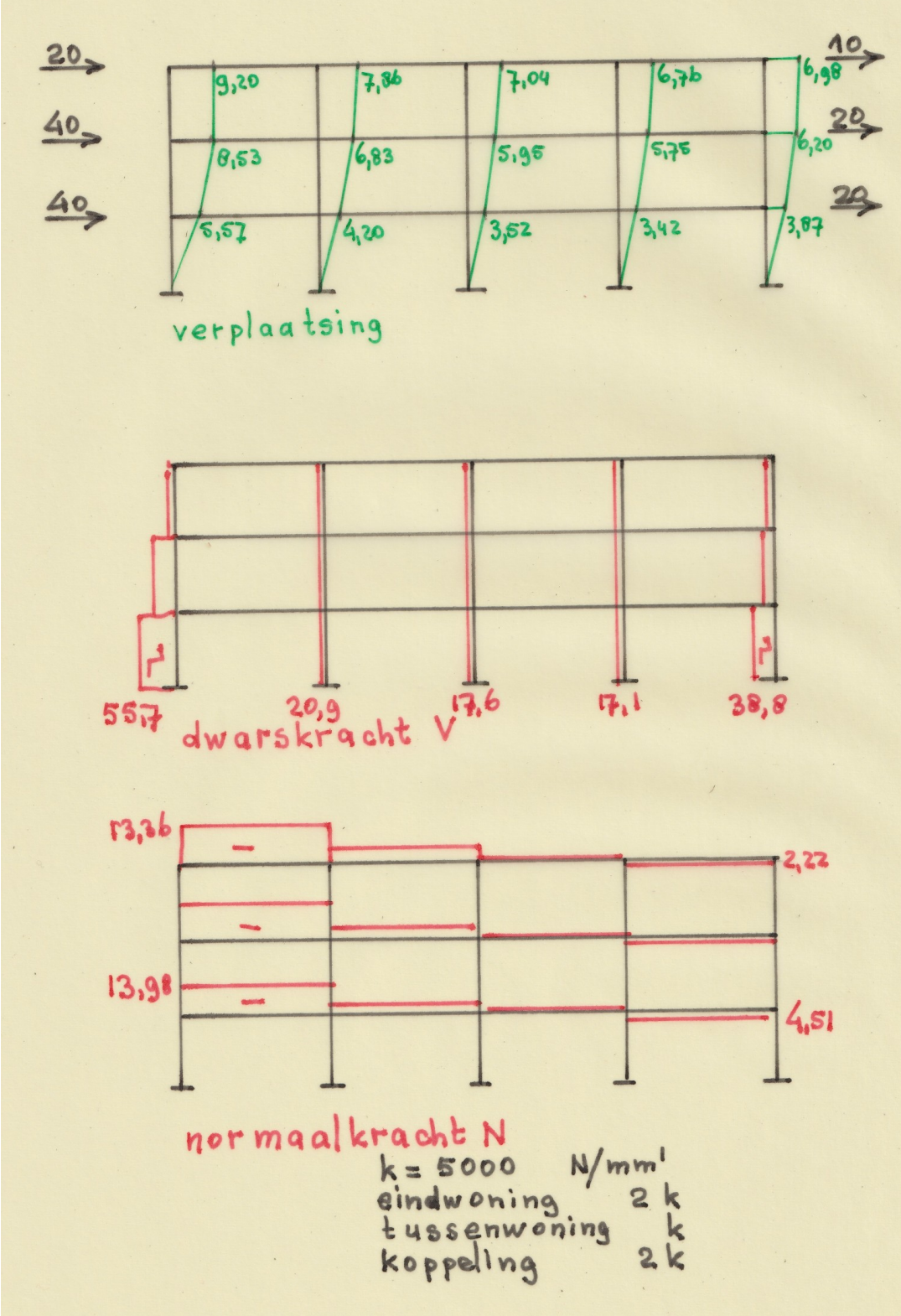
Normaalkrachten in de koppelingen.

1 – 4	2 * 5000 * (5,5671 – 4,1691) = 13,98 kN (druk)
2 – 5	2 * 5000 * (8,5322 – 6,8335) = 16,99 kN (druk)
3 – 6	2 * 5000 * (9,1961 – 7,8599) = 13,36 kN (druk)
4 – 7	2 * 5000 * (4,1691 – 3,5233) = 6,46 kN (druk)
5 – 8	2 * 5000 * (6,8335 – 5,9538) = 8,80 kN (druk)
6 – 9	2 * 5000 * (7,8599 – 7,0369) = 8,23 kN (druk)
7 – 10	2 * 5000 * (3,5233 – 3,4240) = 0,99 kN (druk))
8 – 11	2 * 5000 * (5,9538 – 5,7479) = 2,06 kN (druk)
9 – 12	2 * 5000 * (7,0369 – 6,7555) = 2,81 kN (druk)
10 – 13	2 * 5000 * (3,4240 -3,8747) = – 4,51 kN (trek)
11 – 14	2 * 5000 * (5,7479 – 6,2001) = – 4,52 kN (trek)
12 – 15	2 * 5000 * (6,7555 – 6,9778) = – 2,22 kN (trek)

Evenwichtscontrole knooppunten (verschil in dwarskracht is gelijk aan verschil in normaalkracht.

1	(55,67 – 29,65 – 40) = – 13,98
2	(29,65 – 6,64 – 40) = – 16,99

3	(6,64 – 20) = – 13,36
4	(20,85 – 13,32) = (13,98 – 6,46) = 7,52
5	(13,32 – 5,13) = (16,99 – 8,80) = 8,19
6	5,13 = (13,36 – 8,23) = 5,13
7	(17,62 – 12,15) = (6,46 – 0,99) = 5,47
8	(12,15 – 5,42) = (8,80 – 2,06) = 6,74
9	5,42 = (8,23 – 2,81) = 5,42
10	(17,12 – 11,62) = (0,99 + 4,51) = 5,50
11	(11,62 – 5,04) = (2,06 + 4,52) = 6,58
12	5,04 = (2,81 + 2,22) = 5,03
13	(38,75 – 23,25 – 20) = – 4,50
14	(23,25 – 7,78 – 20) = – 4,52
15	(7,78 – 10) = – 2,22


20
40
40
10
20
20
9,20
7,86
7,04
6,76
6,98
8,53
6,83
5,95
5,75
6,20
5,57
4,20
3,52
3,42
3,87
verplaatsing
55,7
20,9
17,6
17,1
38,8
dwarskracht V
13,36
2,22
13,98
4,51
normaalkracht N
k = 5000 N/mm'
eindwoning 2 k
tussenwoning k
koppeling 2 k