

## Combinatie druk met buiging.

Door ir. J.G.M.Raadschelders c.i. Raadschelders Bouwadvies b.v.

### Inleiding.

Bij staafvormige constructies treedt bij belasting in bijna alle gevallen in de opeenvolgende doorsneden een normaalkracht en een buigend moment op. Ook treedt er een dwarskracht op, maar deze wordt voorlopig buiten beschouwing gelaten. De normaalkracht kan een drukkracht of een trekkracht zijn. De drukkracht kan door vervorming van de staaf een extra vergroterend buigend moment veroorzaken. Doordat de staaf uitbuigt ontstaat er een excentriciteit. Deze excentriciteit is de hefboomsarm voor de normaalkracht. Dit extra buigend moment veroorzaakt weer een grotere uitbuiging. Dit proces gaat zo door totdat een evenwichtssituatie is bereikt. Dit fenomeen wordt het **geometrisch niet lineair gedrag** genoemd omdat de **geometrie van de constructie** wijzigt. Het zogenaamde 2e orde effect. Alleen drukkrachten veroorzaken dit. Bij trekkrachten worden de staven als het ware recht of strak getrokken, waardoor geen vergroting kan optreden. Het is bij trekkrachten zelfs mogelijk dat de buigende momenten afnemen. Daarom moet er bij trekkrachten goed worden opgelet, om te zien wat er daadwerkelijk gebeurt. Buigende momenten mogen door trekkrachten niet worden verkleind. Dit proces van vergroten van het buigend moment door drukkrachten wordt het **knikgedrag** genoemd en kan in alle richtingen van de staven optreden. Dit hangt af van de positie van de staven in de gehele constructie. Veelal worden de krachten ontbonden in de 2 hoofdrichtingen van de constructie.

Bij metselwerk-constructies is er slechts 1 hoofdrichting omdat metselwerk alleen voorkomt in schijfvormige constructies zoals wanden. De wanden worden loodrecht op hun vlak belast. Bij stabiliteitswanden worden de wanden in hun vlak belast. Soms komen gemetselde penanten voor. Deze moeten worden beschouwd als kolommen.

Bij deze 2e orde-berekeningen moet voor de elasticiteitsmodulus ( $E_{0,05}$ ) de lage waarde worden ingevoerd. Dit is de 5% waarde. Bij een lage waarde van  $E$  zijn de vervormingen het grootst en dus ook de 2e orde effecten.

Bij sommige materialen veranderen bij toename van de belastingen ook de **materiaaleigenschappen**. Soms wordt het materiaal zelfs stijver, zoals bij rubber, en soms wordt het materiaal slapper door bijvoorbeeld scheurvorming, zoals bij beton. Bij staal kan het materiaal als lineair elastisch worden beschouwd. Indien geconstrueerd wordt in het plastisch gebied van staal, dus voorbij de vloeigrens, dan verandert de krachtwerking in de constructie. Deze berekeningsmethode, de plastische berekening, valt buiten dit bestek. Dit effect wordt het **fysisch niet lineair gedrag** genoemd en moet eveneens in rekening worden gebracht. Veelal gebeurt dit door op voorhand al een lage  $E$ -waarde aan te houden.

Omdat het 2e orde-effect niet-lineair is, moet de berekening worden uitgevoerd voor de uiterste grenstoestand op bezwijken. Dit houdt in dat voor alle belastingen de rekenwaarden moeten worden aangehouden. Dit zijn de belastingen vermenigvuldigd met de van toepassing zijnde belastingfactoren.

Indien een zogenaamde 2e orde berekening wordt uitgevoerd, dan zijn in principe alle gedragingen van de constructie verwerkt in de berekeningsresultaten. Dit betreft uitbuiging in het vlak en soms uitbuiging uit het vlak. Niet verwerkt zijn het **kipgedrag**, dus de rotatie van de staafelementen. Hiervoor is het noodzakelijk dat de randvoorwaarden voor het kipgedrag bekend zijn. Deze randvoorwaarden voor kip zijn veelal niet van belang voor een 2e orde berekening van de constructie. De kipcontrole moet alsnog naderhand plaatsvinden.

Nadat een complete 2e orde berekening is uitgevoerd, zijn de krachten in de verschillende doorsneden bekend. Een complete 2e orde-berekening houdt in dat alle mogelijke

belastingcombinaties worden berekend en dat hiervan de maximale waarden worden bepaald. Dit is de zogenaamde omhullende van de krachten in de constructie.

Bij het vaststellen van de belastingcombinaties wordt een extra belastinggeval geïntroduceerd. Dit belastinggeval bestaat uit een **initiële vervorming**. De grootte van deze vervorming is vastgelegd in de voorschriften en is voor alle materialen gelijk. De opgegeven vervorming moet overeenkomen met de vervorming van de onderhavige belastingcombinatie. Deze initiële vervorming dient om de constructie alvast een beetje in de goede richting te duwen en om uitvoeringsfouten te verdisconteren. Op deze wijze wordt als het ware het iteratieproces van de berekening gestart. De belastingfactor voor de initiële vervorming is gelijk aan 1. Uit diverse berekeningen blijkt dat een 2e orde berekening alleen zinvol is indien er relatief grote normaalkrachten optreden. Deze krachten veroorzaken de extra buigende momenten. Bij kleine normaalkrachten en grote buigende momenten is het effect van een 2e orde berekening gering of te verwaarlozen.

Het valt op dat in de voorschriften slechts in geringe mate aandacht wordt geschonken aan het berekenen van constructies, waarbij de 2e orde effecten direct in de berekening worden meegenomen. De voorschriften gaan er in het algemeen vanuit dat eerst een **1e orde berekening** wordt gemaakt. Dit is een lineaire berekening zonder 2e orde effecten. Het 2e orde effect wordt later in rekening gebracht door het **kip en knikgedrag van de afzonderlijke staven** alsnog te controleren. Daarbij moeten de kniklengtes en de afstand van de kipsteunen worden bepaald. Hierover ontstaat vaak een uitgebreide discussie. Men moet zich realiseren dat de kniklengte in principe voor iedere belastingcombinatie verschillend is. De kniklengte is de afstand tussen de momenten-nulpunten en deze punten liggen bij elke combinatie op een andere plaats. Daarom is het realistischer en nauwkeuriger om een berekening te maken, waarbij de 2e orde effecten direct worden meegenomen. Dit kan alleen met een geschikt berekeningsprogramma.

## Druk.

Bij zuivere druk is er in principe geen buiging aanwezig. Dit zijn dus de zuivere knikstaven. Eigenlijk zijn dit bijzondere gevallen van de combinatie druk met buiging. Het geometrisch 2e orde effect, dat normaal gesproken wordt verwerkt door het buigend moment te vergroten, wordt in deze situatie verwerkt in een knikfactor. Voor staal is de knikfactor  $\omega_{buc}$  afhankelijk van de slankheid  $\lambda$ . Bij hout is de knikfactor  $k_{com}$  eveneens afhankelijk van de slankheid  $\lambda$ . Deze knikfactor is afgeleid voor individuele staven met een gedefinieerde kniklengte. De initiële vervorming en de vergroting zijn afhankelijk van de doorsnede en de kniklengte. Voor de knikfactor zijn knikkrommen gedefinieerd. Deze krommen zijn op basis van proeven verder aangepast. Dit geldt alleen voor staal- en houtconstructies. Eigenlijk wordt het buigend moment verborgen ondergebracht in de knikfactor. Bij kleine normaalkrachten en grote buigende momenten is dit volstrekt irrelevant. De waarden voor de knikfactoren zijn gedefinieerd in de voorschriften. De knikfactoren zijn alleen van belang, indien de krachtverdeling is gebaseerd op een 1e orde berekening. Indien een 2e orde berekening wordt gemaakt, in combinatie met een initiële vervorming, dan zijn deze knikfactoren niet van belang. Vaak wordt de fout gemaakt, dat men een 2e orde berekening maakt, en dat dan later alsnog de knikfactoren in rekening worden gebracht. Dit geldt uiteraard niet voor knik uit het vlak, welke niet is meegenomen in de 2e orde berekening, en voor kip.

Bij metselwerk en beton wordt het 2e orde effect bij zuivere druk in rekening gebracht door alsnog een excentriciteit in te voeren. In feite komt dit neer op het introduceren van een extra buigend moment. Ook hier geldt dat bij een 1e orde krachtberekening er extra excentriciteiten moeten worden ingevoerd om het 2e orde effect in rekening te brengen. Bij een 2e orde berekening, in combinatie met een initiële vervorming, is dit niet nodig.

Uit het voorgaande blijkt dat metselwerk en beton enerzijds een berekening hanteren gebaseerd op excentriciteiten, en dat staal en hout anderzijds dit effect hebben verwerkt in

knikfactoren. De berekening van metselwerk en beton benadert meer het werkelijk gedrag. Het belang van de knikfactor verwatert bij een groot buigend moment.

## Buiging.

Bij zuivere buiging is er in principe geen normaalkracht aanwezig. Door vervorming van de constructie of vervorming van de staaf zal het buigend moment veelal niet veranderen. Er is dus geen 2e orde effect. De enige toetsing is  $M_d/M_u$ . Wel moet de doorbuiging nog worden gecontroleerd, maar dit staat los van de sterkte. Ook het kipgedrag, dus het zijdelings wegdraaien, moet afzonderlijk worden gecontroleerd. Bij zuivere buiging ontstaan in de doorsnede trek- en drukspanningen.

Metselwerk kan in principe geen trek opnemen. Dus zuivere buiging is bij metselwerk niet mogelijk. Echter er zijn aanvullende regels in de voorschriften opgenomen voor buitenspouwbladen en andere elementen, waar alleen buiging in voorkomt, zodat deze alsnog kunnen worden toegepast. Bij beton worden de trekkrachten opgenomen door het aanbrengen van trekwapening in de doorsnede. Eventueel wordt voorspanning aangebracht om de trekkracht in het beton te compenseren. Het geval zuivere buiging is in de betongrafieken te herkennen als de verticale as met  $N_d/N_u = 0$ . Omdat dit wat lastig rekenen is zijn er tabellen gemaakt voor de berekening van de benodigde wapening. Er zijn verschillende tabellen voor verschillende beton- en staalkwaliteiten. In principe wordt eerst een fictieve buigspanning berekend. Deze is  $\sigma = M_d/W$ . Op basis van deze waarde wordt een minimaal benodigd wapeningspercentage aangegeven in de tabel. Deze minimale wapening is nodig om het berekende moment te kunnen opnemen. Tevens worden in de tabel waarden gegeven voor de hoogte van de betondrukzone ( $k_x$ ) en voor de inwendige hefboomsarm ( $k_z$ ). Het blijkt dat de inwendige hefboomsarm varieert tussen 0,85 en 0,95 van de nuttige hoogte. De berekening van de wapening kan dus vrij eenvoudig zijn. Bij staal en hout behoeft de berekende buigspanning  $\sigma = M_d/W$  alleen te worden getoetst aan de buigsterkte.

## Initiële vervorming.

De initiële vervormingen zijn extra belastinggevallen, welke moeten worden toegevoegd aan de belastingcombinaties. De in rekening te brengen vervormingen betreffen de doorbuiging van de staven en de rotatie/hoekverdraaiing van deze staven om de knooppunten. Deze vervormingen, dus het vervormingsbeeld, moet overeenkomen met het vervormingsbeeld van de belastingcombinaties. Om het juiste vervormingsbeeld te kunnen vaststellen moeten eerst de vervormingen van de combinaties worden berekend. Vervolgens worden op basis van dit vervormingsbeeld de extra belastinggevallen gedefinieerd. Deze belastinggevallen worden toegevoegd aan de belastingcombinaties. Daarna worden de combinaties opnieuw berekend in een 2e orde berekening. Om dit te kunnen bepalen is inzicht in het constructieve gedrag noodzakelijk. De berekening moet worden uitgevoerd inclusief de aanpendelende belasting. Deze belasting ontleent de stabiliteit aan andere constructieve elementen, welke in het totale model zijn opgenomen.

Een aandachtspunt is het feit dat rechte staven tussen knooppunten zijn opgedeeld in kortere staven. Dit wordt veelal gedaan om tussenwaarden te berekenen. Het is dan niet meer mogelijk om voor een gehele staaf, dus de staaf tussen de knooppunten waar andere staven aansluiten, een doorbuiging en een rotatie te definiëren. Het is dan noodzakelijk om de kortere staven samen te voegen tot een lange staaf, welke de knooppunten verbindt. Dit noemt men een staafsamenstel (Stabzug). Voor dit staafsamenstel zijn de initiële vervormingen wel te definiëren. Er zijn computerprogramma's beschikbaar, welke op basis van de combinaties, de initiële vervormingen zelf definiëren.

In het verleden, toen er nog geen rekenprogramma's waren, werd het 2e orde effect in rekening gebracht door een extra horizontale belasting te introduceren. Deze belasting was gelijk

aan 1% of 2% van de totaal te stabiliseren verticale belasting. Dit komt overeen met een scheefstand van 0,01 of 0,02. Deze waarde is duidelijk hoger dan de rotatie, zoals deze nu in de voorschriften is vastgelegd. In de huidige voorschriften staat een rotatie aangegeven van  $\psi = 0,5\%$  oftewel een scheefstand van 0,005. Echter in het verleden werd de berekening alleen uitgevoerd als een 1e orde berekening, dus zonder vergrotend 2e orde effect. De huidige programma's nemen wel het 2e orde effect mee. Het lijkt erop dat de berekeningsmethoden uit het verleden conservatief zijn, dus aan de veilige kant. Niet bekend is waarop de aangegeven initiële vervormingen in de huidige voorschriften zijn gebaseerd. Ook is niet bekend welke ervaringen er zijn met dit soort berekeningen. Misschien zijn deze opgegeven vervormingen aan de kleine kant, gezien de berekeningen uit het verleden.

Bij een opgegeven initiële vervorming berekent het computerprogramma uit de reeds in een eerdere stap berekende krachtverdeling de steunkrachten respectievelijk de zijdelingse belasting behorende bij deze vervorming. Voor een scheefstand geldt een vasthoudkracht van  $\psi * N$ . Hierin is  $N$  de normaaldrukkracht in de beschouwde staaf. Dit geldt eveneens voor de extra staaf, waarop de aanpendelende belasting staat. Tevens wordt voor de afzonderlijke staven of staafsamenstellen een doorbuiging van  $e = 1/400 * l = 0,0025 * l$ . Hierin is  $l$  de lengte van de staven of staafsamenstellen tussen de knooppunten. In TGB 1990 "Stabiliteit van Staalconstructies" (NEN 6771) staat in artikel 10.2.5.1.3 aangegeven, welke initiële vooruitbuiging en scheefstand moet worden aangehouden. Op basis hiervan wordt de equivalente fictieve belasting bepaald.

**Vooruitbuiging.**

Equivalente fictieve belasting. Dit is een q-last op de staaf.

**Scheefstand.**

Equivalente fictieve belasting. Dit is een extra belasting op de knooppunten.

Nu blijkt duidelijk waarom staven moeten worden samengesteld tot een samenstel. Anders kunnen de juiste equivalente fictieve belastingen niet worden berekend. Dit laatste doet het rekenprogramma.

**Metselwerk.**

Bij metselwerk(NEN 6790) wordt voor een 2e orde berekening geen initiële vervorming gedefinieerd.

**Beton.**

Bij beton(NEN 6720) wordt voor een 2e orde berekening geen initiële vervorming gedefinieerd.

**Staal.**

Imperfecties volgens art. 10.2.5 NEN 6770. De basiswaarde is  $\psi_0 = 1/250 = 0,004$ . Deze waarde wordt aangepast op basis van de vorm van de constructie. Er zijn geen voorwaarden gesteld aan de doorbuiging. Dit effect wordt berekend bij de afzonderlijke staven.

**Hout.**

Imperfecties volgens art. 11.18 NEN 6760. De basiswaarde is  $\psi_0 = 1/200 = 0,005$ . Deze waarde wordt aangepast op basis van de vorm en de hoogte van de constructie. De doorbuiging is  $e = 1/300 * l = 0,0033 * l$  voor gezaagd hout en  $1/500 * l = 0,002$  voor gelamineerd hout. In DIN 1052:2008 wordt aangegeven  $e = 0,0025 * l$ . In verhouding tot waarden gemeten in de praktijk zijn deze waarden laag. Aanbevolen wordt om de berekening te herhalen met grotere initiële vervormingen en de berekeningsresultaten te vergelijken. Deze gevoeligheidsanalyse is van groot belang.

## Voorspanning.

Voorspanning is niets anders dan door middel van hoogwaardige stalen trekstaven een extra drukkracht aan te brengen in de staven. Deze drukkrachten zijn permanente krachten. Met deze extra drukkrachten probeert men trekkrachten te verkleinen respectievelijk te vermijden of drukkrachten te vergroten. Op deze wijze voorkomt men dat er trekspanningen ontstaan in de doorsneden. Dit is van belang voor materialen, welke geen trekspanning kunnen opnemen. Dit is vooral van belang voor betonconstructies. Indien men de grafieken voor doorsneden, belast op druk en buiging, bekijkt, dan ziet men dat men bij bepaalde belastingcombinaties bij het verhogen van de drukkracht  $N_d$  bij een gelijkblijvend buigend moment  $M_d$  men in het gebied komt, waar geen aanvullende wapening nodig is. Voorspanning levert in veel gevallen, waarbij reeds een grote drukkracht aanwezig is, geen voordeel op. Door de voorspanning excentrisch in een doorsnede aan te brengen kan men eveneens een tegenwerkend inwendig moment aanbrengen. Op deze wijze kan men het uitwendig moment reduceren. Het is eveneens mogelijk de plaats van de voorspanning langs de staafas te variëren. Op deze wijze krijgt het verloop van de voorspanning een kromming. Deze kromming levert een extra q-last langs de staafas. Indien de kromming zodanig wordt gekozen, dat de geïntroduceerde q-last in tegengestelde richting werkt als de staafbelasting, dan nemen de krachten in de doorsneden af. Dit principe wordt load-balancing genoemd. Dit wordt veelal toegepast bij VZA-kabels.

Het belastinggeval voorspanning wordt op dezelfde wijze behandeld als de initiële vervorming. Het is een afzonderlijk belastinggeval. De belastingfactor is gelijk aan 1,0. De voorspanning en het verloop ervan wordt van te voren door de constructeur vastgesteld. Bij de voorspankracht moet rekening worden gehouden met een krachtverlies door wrijving bij de aanspanning en door relaxatie van het voor te spannen materiaal.

## Berekeningsmethode.

De verschillende materialen gaan ieder op hun eigen wijze om met het controleren van de doorsnede. Deze materialen zijn metselwerk, beton, staal en hout. Voor de verschillende materialen zal worden aangegeven hoe de berekening in principe plaatsvindt. Bij alle berekeningen wordt er vanuit gegaan dat de berekende krachten rekenwaarden zijn, en dat in deze krachten de 2e orde effecten zijn meegenomen. Dus het knik en kipgedrag wordt niet extra in rekening gebracht. Maatgevend is druk gecombineerd met buiging. Bij trek met buiging zijn de doorsneden, waar een verzwakking of verjonging aanwezig is, maatgevend.

De berekende krachten worden uitgedrukt in  $N_d$  en  $M_d$ . Hierin is  $M_d = N_d * e$  oftewel  $e = M_d/N_d$ . De sterkte van de doorsnede wordt uitgedrukt in  $N_u = f * A$ . Hierin is  $f$  de druksterkte van het materiaal en  $A$  de volledige doorsnede. Het buigende moment is  $M_u = f * W$ . Omdat de combinatie druk met buiging wordt beschouwd geldt dat voor  $f$  de druksterkte of buigsterkte in rekening moet worden gebracht. Het weerstandsmoment  $W$  kan worden ontbonden in de doorsnede maal de kernstraal. Dus  $W = A * r$ . De kernstraal is bij rechthoekige doorsneden  $r = W/A = h/6$ . Bij ronde doorsneden is  $r = W/A = h/8$ . De verhouding  $M_d/M_u$  kan worden geschreven als  $N_d * e/N_u * r$ . Anders geschreven  $(N_d/N_u) * e/r$ . Deze waarde wordt gebruikt bij de berekening van betondoorsneden. De waarde  $e$  is de 2e orde waarde, dus inclusief alle toeslagen. In de voorschriften is  $e_0 = M_d/N_d$ . Vervolgens wordt  $e_t$  berekend als  $e_t = \xi * (e_0 + e_c)$ . Hierin is  $e_c$  een toeslagexcentriciteit. In het vervolg wordt voor  $e_t$  de waarde  $e$  gehanteerd.

## Metselwerk.

Het materiaal metselwerk kan in principe geen trekkrachten opnemen. Ook zijn er geen mogelijkheden, zoals bij beton, om het materiaal hiervoor te versterken. Dus alle krachten moeten worden opgenomen door drukkracht. De berekening wordt teruggebracht tot een

normaalkrachtberekening. Het buigend moment wordt ontbonden in de normaalkracht en een excentriciteit. Bij een 1e orde berekening is de excentriciteit  $e_0$ , welke ten behoeve van het 2e orde effect moet worden vergroot naar  $e$ . De resultante van de normaalkracht in het bezwijkstadium moet binnen de doorsnede vallen. Dus  $e_t < h/2$ . Op basis van een bi-lineaire spanningsverdeling is de relatie bepaald tussen de maximale drukkracht en de excentriciteit.

Berekend wordt  $e = M_d/N_d$ . Dit is de waarde inclusief het 2e orde effect. Vervolgens wordt bepaald  $e/h$ . Dit is de plaats van de normaalkracht in de doorsnede. De maximale waarde is 0,50 anders werkt de kracht buiten de doorsnede. Op basis van de tabel wordt de C-waarde bepaald. Dit is de verhouding  $N_d/N_u$ . Dezelfde berekening wordt toegepast bij ongewapende betondoorsneden.

$$\frac{N_d}{N_u} < C(e/h)$$

et/h	C
0,00	1,00
0,05	0,86
0,10	0,74
0,15	0,63
0,20	0,54
0,25	0,45
0,30	0,36
0,35	0,27
0,40	0,18
0,45	0,09
0,50	0,00



Het is mogelijk dat bij deze berekening de doorsnede gescheurd is. De doorsnede gaat scheuren indien:

$$\left(\frac{N_d}{N_u}\right) - \left(\frac{M_d}{M_u}\right) < 0$$

$$\left(\frac{N_d}{N_u}\right) - \frac{(N_d * e * 6)}{(N_u * h)} = 0$$

$$\frac{N_d}{N_u} * \left(1 - \frac{(e * 6)}{h}\right) = 0$$

$$r = e = \frac{1}{6} h \quad \text{Dit is de kernstraal van de doorsnede.}$$

Voor een Unity Check geldt:

$$\frac{N_d}{(C * N_u)} < 1,00$$

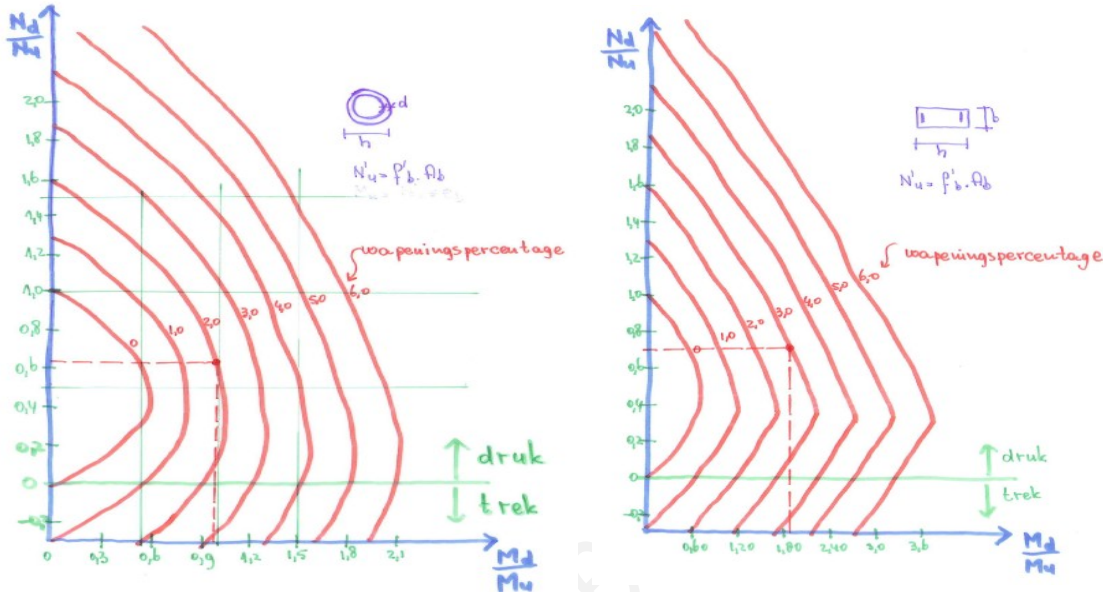
## Beton.

Beton kan eveneens geen trekkracht opnemen. Echter het materiaal kan worden versterkt door het opnemen van wapening. Deze wapening kan zowel in de trekzone alsook in de drukzone worden aangebracht. Voor betondoorsneden zijn tabellen en grafieken opgesteld om de minimaal benodigde wapening te bepalen.

Algemeen:

$$\left(\frac{N_d}{N_u}\right) + \left(\frac{M_d}{M_u}\right) < 1,00$$

In de grafieken staat de waarde  $N_d/N_u$  aangegeven langs de verticale as en de waarde  $M_d/M_u$  langs de horizontale as. De laatste waarde is in de grafieken vervangen door  $(N_d/N_u) * (e/r)$ . Op de plaats waar de lijnen elkaar snijden staat in grafieklijnen aangegeven de minimaal benodigde hoeveelheid wapening in de doorsnede om deze combinatie van krachten te kunnen opnemen. De grafieken zijn afhankelijk van de beton- en staalkwaliteit en van de plaats van de wapening in de doorsnede (dekking). Er zijn grafieken voor diverse vormen van de doorsnede. Zie hiervoor het boek "Tabellen en grafieken voor betonconstructies".



De waarde  $M_d/M_u$  is omgevormd tot:

$$\left(\frac{N_d}{N_u}\right) * \left(\frac{e}{r}\right) = \left(\frac{N_d}{N_u}\right) * \frac{(e * 6)}{h}$$

Dit geldt voor rechthoekige doorsneden. Voor ronde doorsneden geldt:

$$\left(\frac{N_d}{N_u}\right) * \left(\frac{e}{r}\right) = \left(\frac{N_d}{N_u}\right) * \frac{(e * 8)}{h}$$

$N_u$  is de maximale druksterkte van de volledige betondoorsnede.

De factor 6 komt van het weerstandsmoment  $A * h / 6$ . Deze factor is in de grafieken weggelaten.

Vandaar het verschil in de orde van grootte van de waarden langs de assen.

Indien de krachtverdeling is bepaald met een 1e orde berekening, dan moet de waarde voor  $e_0$  worden vergroot tot  $e$ , om het 2e orde effect in rekening te brengen.

Voor beton is het principe Unity Check niet uitvoerbaar.

## Staal.

Het materiaal staal gedraagt zich in principe fysisch lineair. Het materiaal is even sterk bij trek als bij druk en bij buiging. Daarom worden de spanningen bij elkaar opgeteld.

Algemeen:

$$\left(\frac{N_d}{N_u}\right) + \left(\frac{M_d}{M_u}\right) < 1,00$$

Uitgedrukt in spanningen:

$$\sigma_c + \sigma_m = \sigma_{tot} < f_e$$

Uitgedrukt in Unity Check:

$$UC = \frac{(\sigma_{tot})}{(f_e)} < 1,00$$

Indien de berekening is gebaseerd op een 1e orde berekening en de knik en kip extra in rekening worden gebracht, dan wordt de formule als volgt:

$$1,10 * \left( \left( \frac{N_d}{(\omega_{buc} * N_u)} \right) + \left( \frac{M_d}{(\omega_{kip} * M_u)} \right) \right) < 1,00 \quad \text{of anders}$$

$$\left( \frac{N_d}{(\omega_{buc} * N_u)} \right) + \left( \frac{M_d}{(\omega_{kip} * M_u)} \right) < 0,90$$

## Hout.

Het hout kan zowel trek als druk opnemen. Echter de sterkte is verschillend voor trek als voor druk. De buigsterkte is eveneens verschillend. Dit heeft te maken met het fysisch gedrag van hout.

Algemeen:

$$\left( \frac{N_d}{N_u} \right) + \left( \frac{M_d}{M_u} \right) < 1,00$$

Uitgedrukt in spanningen:

$$\frac{(\sigma_c)}{(f_c)} + \frac{(\sigma_m)}{(f_m)} < 1,00$$

Uitgedrukt in Unity Check:

$$UC_c + UC_m < 1,00$$

Uit proeven is gebleken dat bij hout een zekere mate van plastisch gedrag optreedt. Zie hiervoor STEP B6/5. Indien er geen instabiliteits-problemen zijn en als er een 2e orde krachtberekening is uitgevoerd dan gelden de navolgende formules:

$$\left( \frac{N_d}{N_u} \right)^2 + \left( \frac{M_d}{M_u} \right) < 1,00$$

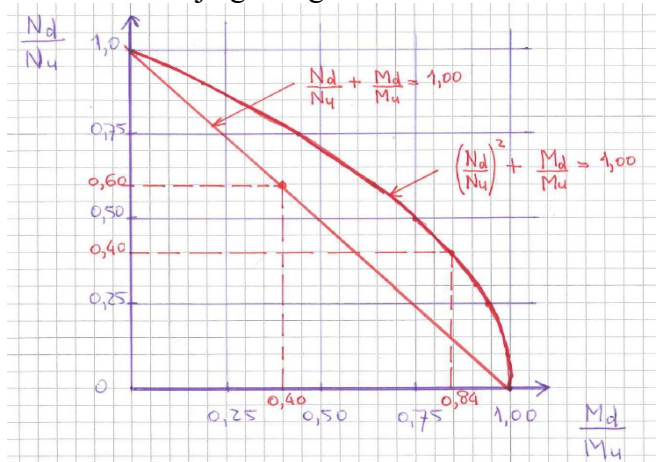
$$\left( \frac{(\sigma_c)}{(f_c)} \right)^2 + \frac{(\sigma_m)}{(f_m)} < 1,00 \quad \text{Formule 6.19 en 6.20.}$$

$$(UC_c)^2 + UC_m < 1,00$$

Deze formules geven een niet lineaire (kwadratische) combinatie weer. Zie hiervoor art. 6.2.4.

De formules zijn gelijk aan de formules 57 en 58 uit DIN 1052:2008.

De formules zijn gunstig voor het combineren van spanningen.





De formules gelden alleen voor kolommen indien de slankheid  $\lambda < 0,3$ , dus voor relatief korte kolommen. Indien  $\lambda > 0,3$  dan moet de knikstabiliteit in rekening worden gebracht. Zie hiervoor art. 6.3.2.

De formule wordt dan:

$$\frac{(\sigma_c)}{(k_c * f_c)} + \frac{(\sigma_m)}{(f_m)} < 1,00 \quad \text{Formule 6.23 en 6.24.}$$

Wat opvalt is dat de formule ineens lineair wordt en dat de knikfactor  $k_c$  in rekening wordt gebracht. Dit lijkt dubbel op. Niet duidelijk is of de overgang van de formules soepel is.

Bij liggers, waarin druk en buiging optreedt, is het weer anders. Bij liggers wordt een extra factor ten behoeve van kip in rekening gebracht. Niet duidelijk is wat het verschil is tussen een kolom op druk en buiging en een ligger op druk en buiging. De kolom staat verticaal, de ligger ligt horizontaal.

$$\frac{(\sigma_c)}{(k_c * f_c)} + \left( \frac{(\sigma_m)}{(k_{crit} * f_m)} \right)^2 < 1,00 \quad \text{Formule 6.35.}$$

Wat bij deze formule opvalt is dat hier de buigterm in het kwadraat staat. Dit lijkt volkomen in tegenspraak met de eerdere formules.

In DIN 1052:2008 wordt geen verschil gemaakt tussen kolommen en liggers.

Voor staven met alleen druk wordt de knikfactor  $k_c$  in rekening gebracht. Zie art. 10.3.1.

Voor staven met alleen buiging wordt de kipfactor  $k_m$  in rekening gebracht. Zie art. 10.3.2.

Voor de combinatie druk met buiging geldt art. 10.3.3.

De algemene formule is:

$$\frac{(\sigma_c)}{(k_c * f_c)} + \frac{(\sigma_m)}{(k_m * f_m)} < 1,00 \quad \text{Zie formule 71 en 72.}$$

Deze formule is lineair en meer algemeen en lijkt beter aan te sluiten.

De vraag is waarom de buigterm is gekwadraterd in de EC 5. Het lijkt op een drukfout. Waarom wijkt de DIN 1052:2008 hiervan af terwijl alle overige artikelen identiek zijn.

## Dubbele buiging.

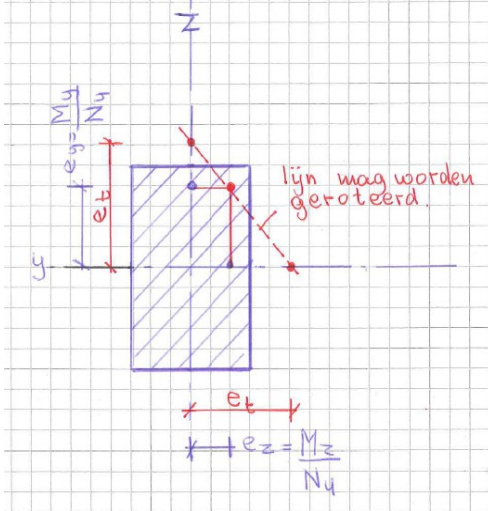
In het algemeen kunnen in staven in 2 richtingen buigende momenten optreden. De normaalkracht treedt op in het zwaartepunt van de doorsnede. Bij de schematisering van de constructie wordt aangenomen dat de systeellijnen van het model door het zwaartepunten van de opeenvolgende doorsneden lopen. De buigende momenten in de doorsnede zijn dan in feite excentriciteiten van de normaalkracht. Dus in 2 richtingen zijn er dan excentriciteiten aanwezig. Deze 2 richtingen komen overeen met de hoofdrichtingen, waarin de constructie is geschematiseerd. Echter dit hoeft niet overeen te komen met de hoofdassen van het gekozen profiel voor de doorsnede. Denk aan hoekstalen in staalconstructies. De buigende momenten kunnen vectorieel worden samengesteld tot 1 moment. Dit moment hoeft in richting en grootte niet overeen te komen met de hoofdassen van de doorsnede. Dit hoofdassenstelsel kan worden geroteerd, zodat de gedraaide assen wel overeenkomen met de richting van het moment. Echter dit is voor iedere belastingcombinatie verschillend en het berekenen is arbeidsintensief. Daarom is gekozen voor een andere benadering. Deze benadering verschilt per materiaal. Voor ronde doorsneden geldt dit niet. Bij ronde doorsneden moeten de momenten vectorieel worden samengesteld. Vervolgens moet de doorsnede worden gecontroleerd op normaalkracht en buiging. Bij ronde doorsneden blijven bij rotatie van de assen de doorsnede-eigenschappen gelijk.

## Metselwerk.

In het algemeen wordt metselwerk alleen in schijfvormige constructies toegepast en dientengevolge treedt buiging op in slechts 1 richting. Soms komen penanten voor.

## Beton.

Bij rechthoekige betondoorsneden worden de buigende momenten ontbonden in momenten, welke overeenkomen met de hoofdassen van de betondoorsnede. Vervolgens worden van deze momenten de excentriciteiten  $e_0 = M_d/N_d$  berekend. Dit geldt voor beide hoofdassen. Deze excentriciteiten worden bij een 1e orde berekening vergroot tot  $e_t$ . Op basis van deze excentriciteiten wordt de plaats van de gecombineerde excentriciteit vastgesteld. Deze waarde ligt op een combinatielijn. Zie figuur. De combinatielijn snijdt de beide hoofdassen. Deze snijpunten bepalen de in rekening te brengen excentriciteit per hoofdrichting. De lijn mag ter optimalisatie geroteerd worden. Per hoofdrichting worden de benodigde hoeveelheden wapening bepaald op basis van  $N_u$  en  $e/h$ . De waarde  $e$  is de plaats waar de combinatielijn de hoofdassen snijdt. Voor beide richtingen mag de totale wapening in rekening worden gebracht.



## Staal.

In de TGB 1990 wordt dubbele buiging behandeld in NEN 6771 (Stabiliteit), dus niet in NEN 6770 (Basiseisen). In art. 12.3.1.2.3 staat vermeld dat bij een 2e orde elastische berekening en een 3 dimensionale schematisering waarbij in vervormde toestand evenwicht is bereikt, geen nadere toetsing van de stabiliteit is vereist. Blijkbaar is de kipstabiliteit hierbij inbegrepen. Het komt erop neer dat alleen de spanningen nog moeten worden gecontroleerd. De spanningen moeten lineair worden gesommeerd. Bij een 1e orde berekening moeten wel alle onderdelen op stabiliteit worden gecontroleerd.

Algemeen:

$$\left( \frac{N_d}{N_u} \right) + \left( \frac{M_{dy}}{M_{uy}} \right) + \left( \frac{M_{dz}}{M_{uz}} \right) < 1,00$$

Uitgedrukt in spanningen:

$$\sigma_c + \sigma_{myb} + \sigma_{mzb} = \sigma_{tot} < f_e$$

Uitgedrukt in Unity Check:

$$UC = \frac{(\sigma_{tot})}{(f_e)} < 1,00$$

## Hout.

Bij hout gelden, indien een 2e orde berekening is uitgevoerd, de navolgende formules:

Algemeen:

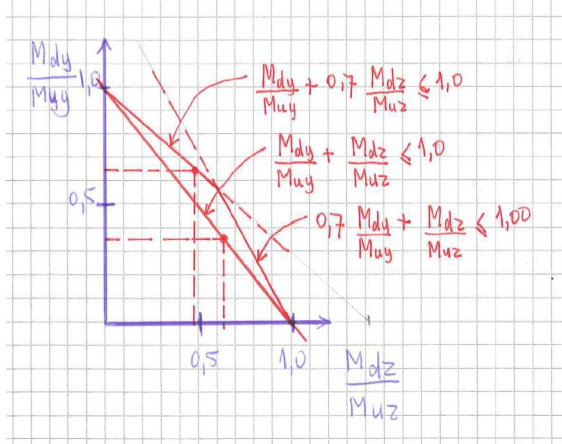
$$\left(\frac{N_d}{N_u}\right)^2 + \left(k_r * \left(\frac{M_{dy}}{M_{uy}}\right) + \left(\frac{M_{dz}}{M_{uz}}\right)\right) < 1,00$$

$$\left(\frac{N_d}{N_u}\right)^2 + \left(\left(\frac{M_{dy}}{M_{uy}}\right) + k_r * \left(\frac{M_{dz}}{M_{uz}}\right)\right) < 1,00$$

$k_{red} = 0,7$  voor rechthoekige doorsneden.

Bij ronde doorsneden moeten de momenten vectorieel worden samengesteld.

De waarde  $k_{red}$  brengt het elasto-plastisch gedrag van hout in rekening. Dit geldt alleen voor rechthoekige doorsneden. Het komt erop neer dat in de uiterste vezel op de hoeken de sterkte iets mag worden overschreden. Dit geldt zowel voor trek als voor druk. Zie de figuur voor de combinatie van de buigende momenten. In deze figuur moet de normaalkracht nog in rekening worden gebracht. In het algemeen normaalspanningen klein ten opzichte van de buigspanningen.



Uitgedrukt in spanningen:

$$\left(\frac{\sigma_c}{f_c}\right)^2 + \left(k_r * \left(\frac{\sigma_{my}}{f_m}\right) + \left(\frac{\sigma_{mz}}{f_m}\right)\right) < 1,00$$

$$\left(\frac{\sigma_c}{f_c}\right)^2 + \left(\left(\frac{\sigma_{my}}{f_m}\right) + k_r * \left(\frac{\sigma_{mz}}{f_m}\right)\right) < 1,00$$

Uitgedrukt in Unity Check:

$$(UC_c)^2 + k_r * UC_{my} + UC_{mz} < 1,00$$

$$(UC_c)^2 + UC_{my} + k_r * UC_{mz} < 1,00$$

## Aanpendelende belasting.

Het komt regelmatig voor dat constructies hun horizontale stabiliteit ontlenen aan andere constructies. Die andere constructies zijn dan veelal stabiliteitsconstructies zoals portalen, schijven en stabiliteitswanden. Soms ook verbanden. De verticale belasting van de steunvragende constructies rusten dan niet op deze stabiliteitsconstructies. Het is zelfs mogelijk dat er op de stabiliteitsconstructies in het geheel geen verticale belasting rust. Denk aan portalen in gevels van panden op een rij. In de gevel staat dan een portaal, maar de verticale belasting van de vloeren en wanden wordt afgedragen via bouwmuren of via andere constructies. De portalen nemen dan de horizontale belasting op en verlenen horizontale steun aan de overige constructiedelen. De verticale

belastingen, welke niet op de stabiliteitsconstructies rusten, maar hieraan wel hun stabiliteit ontnemen, noemt men aanpendelende belasting. Het valt op dat er in de voorschriften relatief weinig aandacht wordt besteed aan deze belasting en hoe hier mee om te gaan in de berekening. Veelal reageert men in de trend dat dit mechanica is en niet in de voorschriften thuishoort.

Bij staalconstructies wordt verschil gemaakt tussen star geschoorde raamwerken en flexibel geschoorde raamwerken. Dit verschil bepaalt het al of niet gevoelig zijn voor 2e orde effecten. Het verschil wordt bepaald door  $n = F_e/F_d$ .  $F_e$  is de Eulerse kniklast van het raamwerk en  $F_d$  is de door het raamwerk te stabiliseren verticale belasting. Indien  $n > 10$  dan is het raamwerk star geschoord en als  $n < 10$  dan is het raamwerk flexibel geschoord. Flexibel geschoorde raamwerken behoren te worden berekend met een 2e orde berekening. In verband met de rotatiecapaciteit wordt aangehouden  $N_d/N_{pl} < 0,15$ .

## Elasticiteitsmodulus.

Voor een 2e orde berekening is het van belang om uit te gaan van de meest ongunstige situatie, dus van de grootste vervorming. Dit geeft de grootste extra 2e orde momenten dus de grootste krachten in het bezwijkstadium. Om dit te bereiken moet voor de elasticiteitsmodulus de laagste waarde worden aangehouden. Voor de berekening van de vervorming van de constructie, dus het gebruikstadium, wordt de gemiddelde E-waarde aangehouden. In het navolgende worden alleen de waarden gegeven voor een niet-lineaire berekening, dus een 2e orde berekening.

## Metselwerk.

Hiervoor wordt aangehouden de waarde loodrecht op het vlak van de lintvoegen. Uitgegaan wordt van het  $\sigma$ - $\epsilon$  diagram. Er wordt vanuit gegaan dat voor het bereiken van de rekenwaarde van de druksterkte er een vervorming is van 2,5 ‰. De rekenwaarde is gelijk  $f_d = \frac{f_{rep}}{1,80}$ .

De materiaalfactor voor metselwerk is  $\gamma_m = 1,80$ .

Het metselwerk kan geen trek opnemen.

De representatieve waarden van de verschillende soorten metselwerk wordt gegeven in tabellen. Zie hiervoor de documentatie.

### Voorbeeld:

Gelijmde kalkzandsteenblokken

Bloksterkte 25,0 N/mm<sup>2</sup>

Lijmsterkte 12,5 N/mm<sup>2</sup>

Druksterkte 8,5 N/mm<sup>2</sup>

Rekenwaarde druksterkte  $8,5/1,80 = 4,72$  N/mm<sup>2</sup>

Elasticiteitsmodulus 2e orde  $E = 4,72/0,0025 = 1890$  N/mm<sup>2</sup>.

Dit is een lage waarde in vergelijking met andere materialen.

Bij de geavanceerde rekenprogramma's kan het van toepassing zijnde  $\sigma$ - $\epsilon$  diagram in rekening worden gebracht.

## Beton.

Voor ongewapend beton worden andere waarden aangehouden dan voor gewapend beton.

Bij gewapend beton heeft het wapeningsstaal invloed.

Uitgegaan wordt van het  $\sigma$ - $\epsilon$  diagram. Er wordt vanuit gegaan dat voor het bereiken van de rekenwaarde van de druksterkte er een vervorming is van 1,75 ‰. De rekenwaarde is gelijk

$$f_d = \frac{f_{rep}}{1,20}$$

De materiaalfactor voor beton is  $\gamma_m = 1,20$ .

Voor betonkwaliteit C20/25 is de kubusdruksterkte  $f = 25,0 \text{ N/mm}^2$ .

De druksterkte is  $f_b = 0,72 * \text{de kubusdruksterkte}$ .

De rekenwaarde voor de druksterkte is  $f_b = 0,72/1,20 * \text{kubusdruksterkte} = 0,60 * \text{kubusdruksterkte}$ .  
Dus  $f_b = 0,60 * 25,0 = 15,0 \text{ N/mm}^2$ .

Elasticiteitsmodulus 2e orde  $E = 15,0/0,00175 = 8571 \text{ N/mm}^2$ .

Veelal wordt een waarde aangehouden van  $E = 10.000 \text{ N/mm}^2$ . Dit heeft te maken met een hogere betonkwaliteit en met de aanwezige wapening. Voor de berekening van de doorbuiging worden andere waarden aangehouden.

## Staal.

Voor staalconstructies geldt  $E = 210.000 \text{ N/mm}^2$ . Deze waarde is constant en gelijk voor alle staalsoorten. Voor kabels wordt een iets lagere waarde aangehouden. De materiaalfactor is  $\gamma_m = 1,00$  en is niet van invloed.

## Hout.

De elasticiteitsmodulus is afhankelijk van de houtsoort. Vooral de dichtheid van het hout bepaalt de E-waarde. Ook het vochtgehalte is van belang. Er wordt verschil gemaakt tussen het berekenen van een enkele staaf en het berekenen van een constructie, bestaande uit meerdere staven. Voor een enkele staaf geldt  $E = E_{0,05}/\gamma_m$  en voor een samengestelde constructie  $E = E_{\text{mean}}/\gamma_m$ . De materiaalfactor voor hout is  $\gamma_m = 1,30$ .

De E-waarden zijn in  $\text{N/mm}^2$ :

	$E_{\text{mean}}$	$2/3 E_{\text{mean}}$	$5/6 E_{\text{mean}}$	E enkele staaf	E constructie
C18	9000	6000		4615	6923
C24	11000	7333		5641	8462
D30	10000		8333	6410	7692
D70	20000		16667	12821	15385
GL24h	11600		9667	7436	8923
GL32h	13700		11417	8782	10538

## 1e orde berekening.

Indien de krachtverdeling in een constructie is berekend volgens een 1e orde lineaire berekening, dan moeten daarna de effecten van het geometrisch en fysisch niet-lineair gedrag nog in rekening worden gebracht. Hierbij worden tevens de restspanningen en bouwfouten verwerkt. Tevens moeten de zijdelingse knik en de kip worden gecontroleerd. Deze berekeningen zijn voor alle materialen verschillend.

## Metselwerk.

Bij metselwerk worden de 2e orde effecten in rekening gebracht door de excentriciteit, berekend in een 1e orde berekening, te vergroten. Er wordt verschil gemaakt tussen enkele staven of wanden en stabiliteitswanden. De enkele wanden worden loodrecht op het vlak belast. De stabiliteitswanden worden in het vlak belast en soms ook daarbij loodrecht op het vlak. Deze berekeningen worden afzonderlijk uitgevoerd. Tevens wordt bij stabiliteitswanden de drukzone

gecontroleerd op buiging vanuit het vlak. De begin-excentriciteit  $e_0 = M_d/N_d$ .

### Enkele wanden.

Dit zijn in principe wanden, welke verdiepingshoog zijn. De wanden zijn scharnierend verbonden met de vloeren. De wanden maken deel uit van een geschoorde constructie, dus de wanden kunnen niet horizontaal verplaatsen. In de wanden treedt een buigend moment  $M_0$  op ten gevolge van een belasting loodrecht op de wand. Door de bovenbelasting treedt er een normaalkracht op groot  $N_d$ . Hierin is het gewicht van de wand bij inbegrepen.

$$e_0 = \frac{M_0}{N_d}$$

$$e_t = \xi * (e_0 + e_c)$$

Randvoorwaarde:  $e_0 > 1/300 * l$  en  $e_0 > 10$  mm

$$\text{Toeslag-excentriciteit: } e_c = 4,5 * d * \left( \frac{(\rho * l)}{(100 * d)} \right)^2$$

Wandlengte  $l$  in mm. Dit is de afstand tussen de vloeren.

Wanddikte  $d$  in mm. Dit is de nuttige wanddikte.

Reductiefactor  $\rho$  is afhankelijk van de aanwezige verstijwingswanden.

Vergrotingsfactor  $\xi$  is afhankelijk van de wandinklemming en de te stabiliseren belasting. Dit is hier niet van toepassing dus  $\xi = 1,0$ .

Berekening  $e/d$ . Uit tabel volgt waarde  $C$ . Controle  $N_d < C * N_u$ .

De druksterkte van de wand is  $N_u = f * A = f * b * h$ .

Indien  $e_t$  toeneemt, dan neemt  $C$  af en dus ook  $N_d$ . Dit is de maximale drukkracht.

### Eenzijdig ingeklemde wand met constante normaalkracht.

Dit zijn bijvoorbeeld vrijstaande wanden, zoals tuinmuren.

De normaalkracht  $N_d$  staat bovenop de wand. Het eigen gewicht van de wand wordt opgenomen geacht in de bovenbelasting. De normaalkracht heeft een bepaalde excentriciteit. Op de wand staat een horizontale belasting, welke een inklemmingsmoment geeft. De totale inklemming is  $M_{tot}$ . De totale excentriciteit bij de inklemming is  $e_0 = M_{tot}/N_d$ .  $e_0$  uitdrukken in mm.

In deze situatie zorgt de aanwezige normaalkracht voor de inklemming. Dus dit is een gunstig werkende belasting. Hiervoor geldt de lagere belastingfactor  $\gamma = 0,9$ . Voor de horizontale belasting geldt de normale belastingfactor.

De wandhoogte is  $l$  in mm. Dit is de wandhoogte boven de inklemming.

$$e_t = \xi * (e_0 + e_c)$$

Randvoorwaarde:  $e_0 > 1/300 * l$  en  $e_0 > 10$  mm

$$\text{Toeslag-excentriciteit: } e_c = 18,0 * d * \left( \frac{(\rho * l)}{100 * d} \right)^2$$

Inklemmingsstijfheid (rotatieveerconstante)  $k$  in kN.m/rad.

$$\text{Vergrotingsfactor: } \xi = \frac{k}{(k - N_d * l)}$$

Indien de inklemming oneindig stijf is, dus  $k = \infty$ , dan wordt  $\xi = 1,0$ .

Deze vergrotingsfactor brengt de inklemmingsstijfheid in rekening.

### Stabiliteitswanden.

#### Stabiliteit in het vlak.

Dit zijn wanden, welke over meerdere verdiepingen doorlopen. Ze gaan meestal tot aan de

bovenste vloer. De wandhoogte  $l$  is gelijk aan de gebouwhoogte. De wanden zijn verend ingeklemd in de fundering. De wanden worden in hun vlak belast. De drukkracht in de wand neemt van boven naar beneden tot bij de inklemming toe. De horizontale belasting is over de hoogte gelijk aan de windebelasting. Voor de zijdelingse stabiliteit behoren deze wanden te worden gecontroleerd op knik uit het vlak. Dit is van belang voor de drukzone. De wand verzorgt de stabiliteit van meerdere onderdelen. De totaal te stabiliseren belasting is gelijk aan  $Q_d$ . De totale verticale belasting op de wand is gelijk aan  $N_d$ . De totale inklemming is  $M_{tot}$ . De totale excentriciteit bij de inklemming is  $e_0 = M_{tot}/N_d$ .  $e_0$  uitdrukken in mm. In deze situatie zorgt de aanwezige normaalkracht  $N_d$  voor de inklemming. Dus dit is een gunstig werkende belasting. Hiervoor geldt de lagere belastingfactor  $\gamma=0,9$ . Voor de horizontale belasting geldt de normale belastingfactor.

$$e_t = \xi * (e_0 + e_c)$$

Randvoorwaarde:  $e_0 > 1/300 * l$  en  $e_0 > 10$  mm

$$\text{Toeslag-excentriciteit: } e_c = \frac{Q_d}{N_d} * 4,50 * d * \left( \frac{(\rho * l)}{(100 * d)} \right)^2$$

Inklemmingsstijfheid (rotatieveerconstante)  $k$  in kN.m/rad.

$$\text{Vergrotingsfactor: } \xi = \frac{k}{(k - 0,5 * Q_d * l)}$$

Deze vergrotingsfactor brengt de inklemmingsstijfheid in rekening.

### Stabiliteit uit het vlak.

De kniklengte  $l$  is dan gelijk aan de verdiepingshoogte. Voor de drukzone wordt de totale drukkracht  $N_d$  berekend. Deze wordt vergeleken met de druksterkte  $N_u$  van deze drukzone. In feite wordt in deze wanden gerekend met een gemiddelde spanning. Dit wandgedeelte berekenen als een enkele wand. De uiteindelijke controle respectievelijk berekening houdt in dat gecontroleerd wordt of op basis van  $e/d$  de waarde  $C$  wordt bepaald. Dan moet zijn  $N_d < C * N_u$ . Voor de  $C$ -waarde, zie de tabel.

### Ongewapend beton.

Het navolgende geldt allen voor rechthoekige doorsneden.

De berekening is in principe gelijk aan de berekening bij metselwerk.

Enkele wanden.

$$e_t = \xi * (e_0 + e_c)$$

Er wordt een aanvullende randvoorwaarde gesteld aan  $e_0$ .

$$\text{Indien } e_0 < 0,5 * d \text{ dan: } e_c = 3(1,5 * d + e_0) * \left( \frac{(\rho * l)}{(100 * d)} \right)^2$$

$$\text{Indien } e_0 > 0,5 * d \text{ dan: } e_c = 6,0 * d * \left( \frac{(\rho * l)}{(100 * d)} \right)^2$$

Vergrotingsfactor:  $\xi = 1,0$ .

De in rekening te brengen toeslag-excentriciteit is iets groter.

### Eenzijdig ingeklemde wand.

$$e_t = \xi * (e_0 + e_c)$$

De kleinste waarde van

$$e_c = 18,0 * d * \left( \frac{(\rho * l)}{(100 * d)} \right)^2$$

$$e_c = 12 * [1,5 * d + e_0] * \left( \frac{(\rho * l)}{(100 * d)} \right)^2$$

$$\text{Vergrotingsfactor: } \xi = \frac{k}{(k - N_d * l)}$$

Indien de inklemming oneindig stijf is, dus  $k = \infty$ , dan wordt  $\xi = 1,0$ .

Deze vergrotingsfactor brengt de inklemmingsstijfheid in rekening.

### Stabiliteitswand.

$$e_t = \xi * (e_0 + e_c)$$

Toeslag-excentriciteit:

$$\text{Indien } e_0 < 0,5 * d \text{ dan: } e_c = \frac{Q_d}{N_d} * 3,00 * (d + e_0) * \left( \frac{(\rho * l)}{(100 * d)} \right)^2$$

$$\text{Indien } e_0 > 0,5 * d \text{ dan: } e_c = \frac{Q_d}{N_d} * 6,00 * d * \left( \frac{(\rho * l)}{(100 * d)} \right)^2$$

Inklemmingsstijfheid (rotatieveerconstante)  $k$  in kN.m/rad.

$$\text{Vergrotingsfactor: } \xi = \frac{k}{(k - 0,5 * Q_d * l)}$$

Deze vergrotingsfactor brengt de inklemmingsstijfheid in rekening.

De uiteindelijke controle respectievelijk berekening houdt in dat gecontroleerd wordt of op basis van  $e_t/d$  de waarde  $C$  wordt bepaald. Dan moet zijn  $N_d < C * N_u$ . Voor de  $C$ -waarde, zie de tabel.

### Gewapend beton.

Voor gewapend beton gelden in principe dezelfde regels als voor ongewapend beton. Ook hier moet met dezelfde formules et worden bepaald. In een 1e orde berekening zijn bepaald  $N_d$  en  $M_d$ . Vervolgens zijn berekend  $e_0$  en daarna  $e_t$ . Dit resulteert in  $M_d = N_d * e_t$  of  $e_t/d$ . In grafieken is dan met deze informatie de benodigde wapening te bepalen.

### Staal.

Voor een 2e orde berekening geldt artikel 10.2.5.1.3 van NEN 6771.

Indien een 1e orde berekening is gemaakt voor het bepalen van de krachten in de constructie, dan worden de 2e orde effecten in rekening gebracht door middel van  $\omega_{buc}$  voor knik en  $\omega_{kip}$  voor kip. De formules zijn gegeven in NEN 6770.

### Opmerkingen.

1. In de voorschriften is het knikprobleem teruggebracht tot een berekening van een centrisch belaste drukstaaf. De 2e orde effecten, welke in wezen een extra buigend moment opleveren, worden verwerkt in een modificatiefactor. Bij staal is dit  $\omega_{buc}$  en bij hout is dit  $k_{com}$  of  $k_c$ . Bij beton en metselwerk wordt de aanvangs-excentriciteit  $e_0$  vergroot tot  $e_t$ . Voor constructies met een relatief grote drukkracht is het 2e orde effect van belang. Indien het buigend moment relatief groot is, dan is het 2e orde effect te verwaarlozen. Voor de duidelijkheid was het beter geweest om het knikprobleem, dus het 2e orde effect te verwerken in een extra buigend moment. Bij 2e orde berekeningen met een rekenprogramma gebeurt dit ook. Het kipprobleem moet separaat worden berekend.
2. Indien een constructie de stabiliteit van andere delen verzorgt, dan zullen deze delen gaan hangen aan deze constructie. Dit geeft een extra belasting. Deze overige delen vormen een zogenaamde aanpendelende belasting. Van belang is de stijfheid van de constructie. Daarvoor dient de factor "n" te worden bepaald. Dit is de verhouding tussen de initiële



- uitbuiging van de constructie en de uitbuiging, veroorzaakt door de vasthoudkrachten. Bij hout is de waarde voor  $n$  gelijk aan 3 à 4, voor staal wordt aangehouden 7 à 8 en voor beton een waarde groter dan 10. Deze waarde  $n$  geeft een indruk van de totale stabiliteit, dus inclusief de aanpendelende belasting. Op basis van  $n$  wordt de vergrotingsfactor  $n/(n-1)$  bepaald. Met deze waarde worden de horizontale belastingen op de constructie vergroot. Opgemerkt moet worden dat in de houtvoorschriften niets over dit fenomeen staat aangegeven. Blijkbaar gaat men ervan uit dat de constructeur voldoende inzicht heeft.
3. In de formule staat de buigterm  $M_d$  aangegeven. Dit is in feite de combinatie van buiging in 2 richtingen. De buigende moment moeten vectorieel worden opgeteld. Bij ronde doorsneden is dit eenvoudig. Bij rechthoekige doorsneden is dit heel lastig omdat voor het bereken van de buigspanningen de hoofdassen van de doorsnede moeten worden gerooteerd.

Spaarndam februari 2019

ir. J.G.M. Raadschelders c.i.

**Naschrift.**

Het voorgaande is geschreven als collegedictaat voor de Technische Universiteit Delft en dateert uit de periode voor 2008.